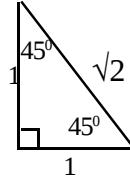


Chapter 4

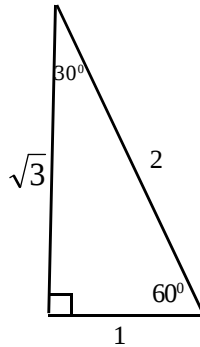
ത്രികോണമിതി

ഈ അദ്ധ്യായത്തിലൂടെ

- ഒരേ കോണളവുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെയല്ലാതെ വശങ്ങളുടെ നീളം ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണ്.
- ഒരു സമപാർശ്വ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ 45° , 45° , 90° ആണ്. അതിന്റെ വശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.



- 30° , 60° , 90° കോണളവുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.



- ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ ഒരു നൂനകോണത്തിന്റെ എതിർവശത്തെ കർണംകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന നിശ്ചിത സംഖ്യയാണ് കോണിന്റെ Sine വില.

$$\sin A = \frac{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}{\text{കർണം}}$$

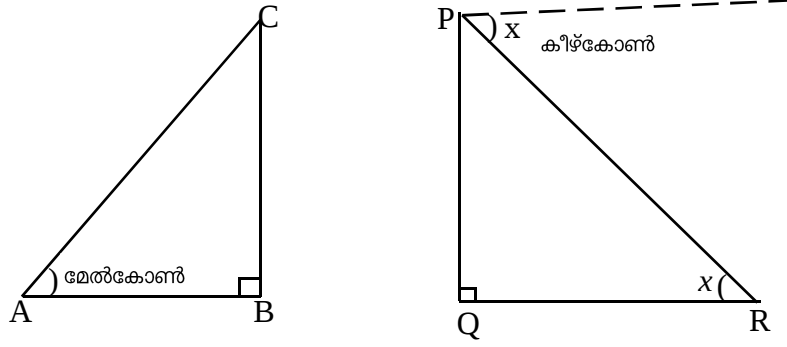
- ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ ഒരു നൂനകോണിന്റെ സമീപവശത്തെ കർണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന നിശ്ചിത സംഖ്യയാണ് ആ കോണിന്റെ cosine വില.

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}}{\text{കർണം}}$$

- ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ ഒരു നൂനകോണിന്റെ എതിർവശത്തെ സമീപവശംകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന നിശ്ചിത സംഖ്യയാണ് ആ കോണിന്റെ tangent വില.

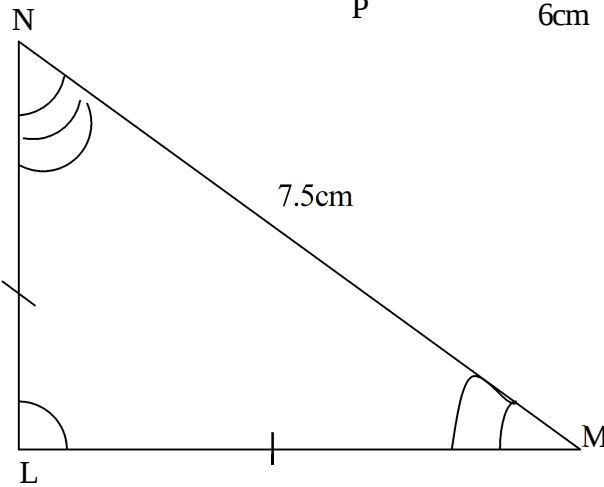
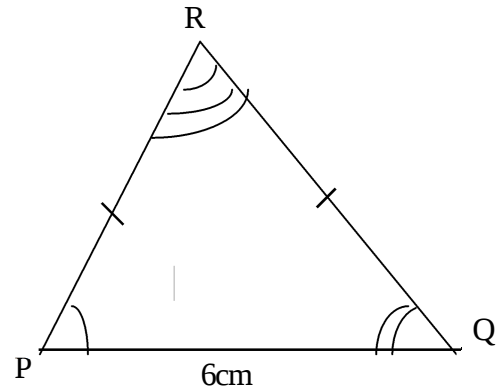
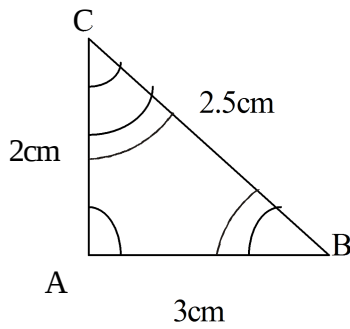
$$\tan A = \frac{\angle A \text{ യുടെ എതിർവശം}}{\angle A \text{ യുടെ സമീപവശം}}$$

- മേൽകോൺ, കീഴ്കോൺ എന്നീ ആശയങ്ങൾ വ്യക്തമാക്കുന്ന ചിത്രം.



ചില പ്രവർത്തനങ്ങൾ

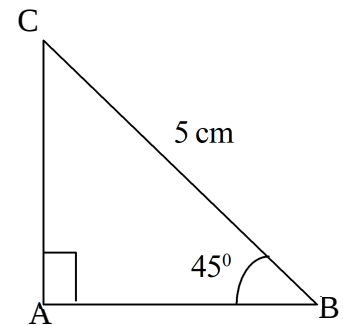
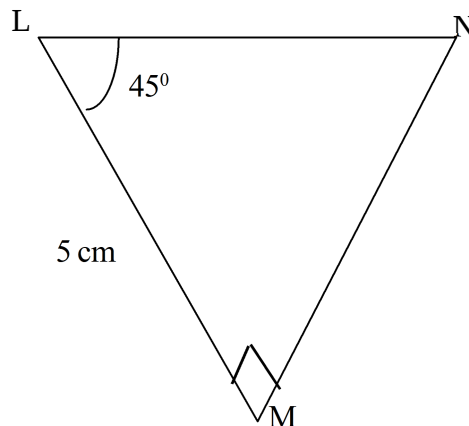
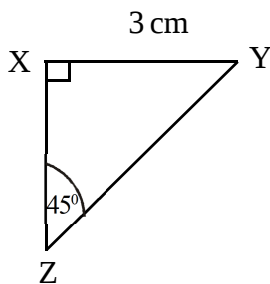
- ചുവടെയുള്ള ത്രികോണങ്ങൾക്കെല്ലാം ഒരേ കോണുകളാണ്. ഇവയുടെ വശങ്ങളുടെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കുക.



$$PR = 4\text{cm}, \quad QR = 5\text{cm}$$

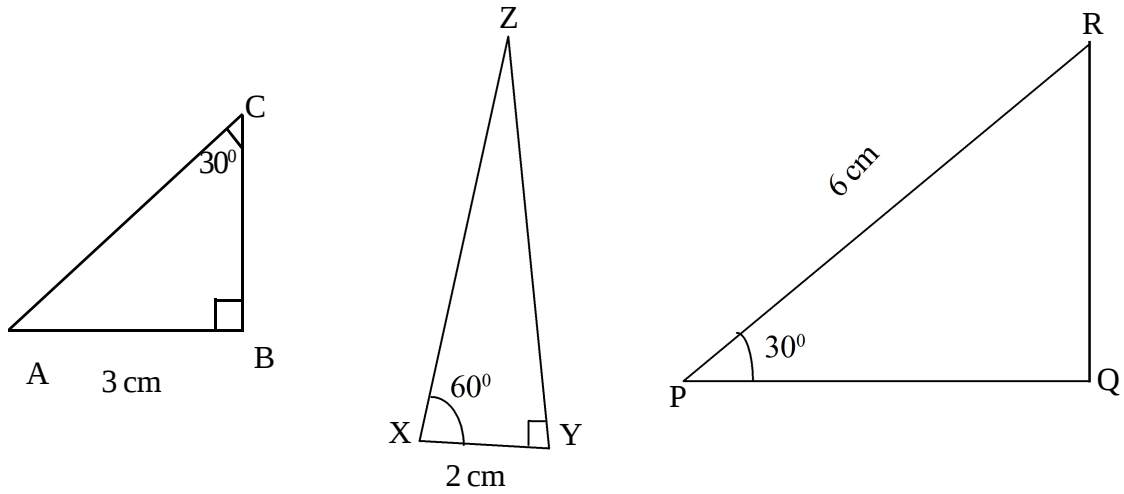
$$LM = 9\text{cm}, \quad LN = 6\text{cm}$$

- ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളുടെ ഓരോ വശത്തിന്റെ നീളം തന്നിരിക്കുന്നു, മറ്റുവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക



$$\begin{array}{ll} XZ = 3\text{cm} & YZ = 3\sqrt{2}\text{cm} \\ MN = 5\text{cm} & LN = 5\sqrt{2}\text{cm} \\ AB = \frac{5}{\sqrt{2}} & AC = \frac{5}{\sqrt{2}} \end{array}$$

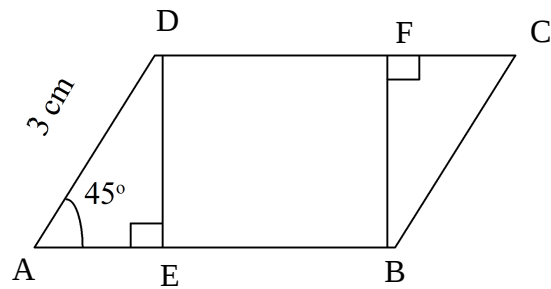
3. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ത്രികോണങ്ങളിൽ ഓരോ വശം തന്നിരിക്കുന്നു. മറ്റു വശങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.



Ans:

AC	=	6 cm	BC	=	$3\sqrt{3}$ cm
XZ	=	4 cm,	YZ	=	$2\sqrt{3}$ cm
QR	=	3 cm	PQ	=	$3\sqrt{3}$ cm

4.



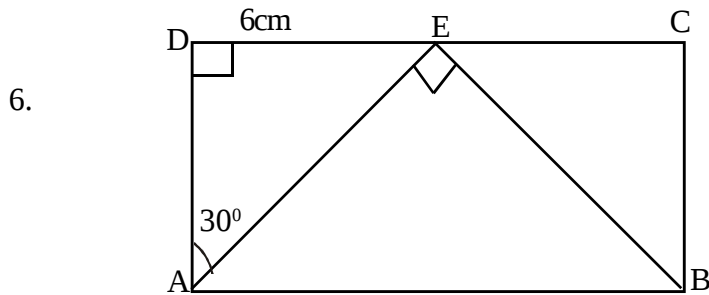
- DEയുടെ നീളമെന്ത് ?
- BF ന്റെ നീളമെന്ത് ?
- AE; = FC ഇവയുടെ നീളം കാണുക
- $\triangle ADE$, $\triangle BFC$ ഇവയുടെ പ്രത്യേകതയെന്ത് ?
- BEDF ന്റെ ആകൃതി എന്ത് ?

Ans:

(a)	DE	=	$3/\sqrt{2}$ cm	(സമപാർശ്വ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $1 : 1 : \sqrt{2}$)
(b)	BF	=	$3/\sqrt{2}$ cm	എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ആയതുകൊണ്ട്)
(c)	AE	=	$3/\sqrt{2}$ cm	FC = $3/\sqrt{2}$ cm
(d)	സർവ്വസമത്രികോണങ്ങൾ			
(e)	ചതുരം			

5. ABCD ഒരു സമചതുരമാണ്. വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം 50 സെ.മീ. ആയാൽ സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?

Ans : 5 ഒരുവശത്തിന്റെ നീളം = $\frac{50\text{cm}}{\sqrt{2}}$



ABCD എന്ന ചതുരത്തിൽ $DE = 6\text{cm}$. $\angle DAE = 30^\circ$ ആയാൽ

- (a) AD യുടെ നീളമെന്ത് ?
- (b) AE യുടെ നീളമെന്ത് ?
- (c) $\angle EBA$ യുടെ അളവെന്ത് ?
- (d) $\triangle AEB$ യുടെ പരപ്പളവെത്ര ?

Ans : 6.a) $AD = 6\sqrt{3}\text{ cm}$ ($30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$, കോണളവുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ

b) $AE = 12\text{cm}$ വശങ്ങൾ $1:\sqrt{3}:2$ ഹ

c) $\angle EBA = 30^\circ$

d) $\triangle AEB$ യുടെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times AE \times EB$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 12\sqrt{3}$$

$$= 72\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

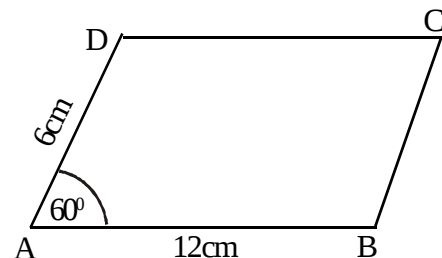
- 7 ABCD എന്ന സാമാന്തരികത്തിൽ $AB = 12\text{ cm}$, $AD = 6\text{ cm}$, $\angle DAB = 60^\circ$ ആയാൽ

- (a) സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഉന്നതിയെത്ര ?
- (b) സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര ?

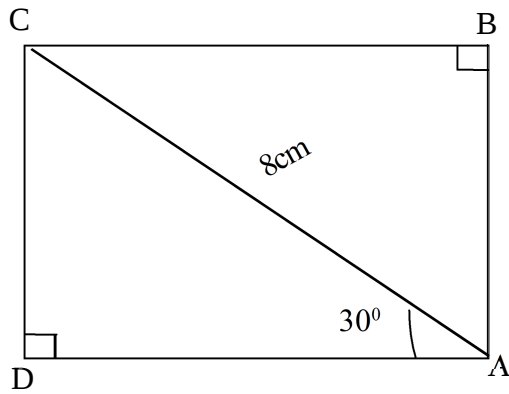
Ans: a) ഉന്നതി = $3\sqrt{3}\text{cm}$

b) പരപ്പളവ് = $12 \times 3\sqrt{3}$

$$= 36\sqrt{3}\text{ cm}^2$$



8.



ചിത്രത്തിൽ $AC = 8 \text{ cm}$ $\angle CAD = 30^\circ$ ആയാൽ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര ?

$$\begin{aligned} \text{Ans : ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്} &= 4\sqrt{3} \times 4 \\ &= 16\sqrt{3} \text{ cm} \end{aligned}$$

9. സൂര്യൻ 45° മേൽക്കോണിൽ കാണുമ്പോൾ മരത്തിന്റെ നിഴലിന് 10 മീറ്റർ നീളമുണ്ടെങ്കിൽ

(a) മരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക.

(b) സൂര്യൻ 30° മേൽക്കോണിൽ കാണുമ്പോൾ മരത്തിന്റെ നിഴലിന് എത്ര നീളമുണ്ടായിരിക്കും?

$$\text{Ans : a) മരത്തിന്റെ ഉയരം} = 10 \text{ m}$$

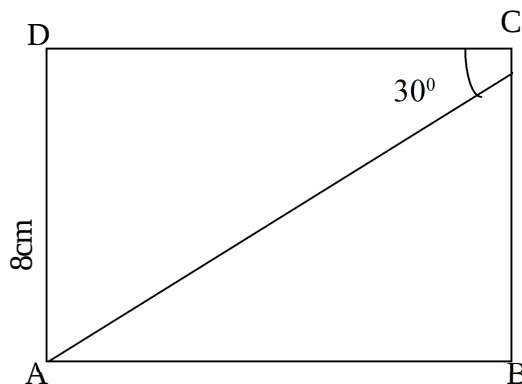
$$\text{b) മരത്തിന്റെ നിഴലിന്റെ നീളം} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

10. ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും 30 മീറ്റർ അകലെയുള്ള ഒരു കാനിനെ, ഒരാൾ കെട്ടിടത്തിന് മുകളിൽ നിന്ന് നോക്കുമ്പോൾ 30° കീഴ്കോണിൽ കാണുന്നു. എങ്കിൽ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരമെന്ത്?

$$\text{Ans : കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം} = \frac{30}{\sqrt{3}} \text{ m}$$

Worksheet - I

1.



a) ചതുരം ABCD യിൽ $AD = 8 \text{ cm}$, $\angle DCA = 30^\circ$ ആയാൽ ചതുരത്തിന്റെ വീതിയെത്ര?

b) AC എന്ന വികർണ്ണത്തിലൂടെ മുറിച്ചു കിട്ടുന്ന 2 ത്രികോണങ്ങളെ ചേർത്തുവെച്ച് വലിയ ഒരു ത്രികോണമുണ്ടാക്കുന്നുവെങ്കിൽ വശങ്ങളുടെ നീളം കണ്ടെത്തുക.

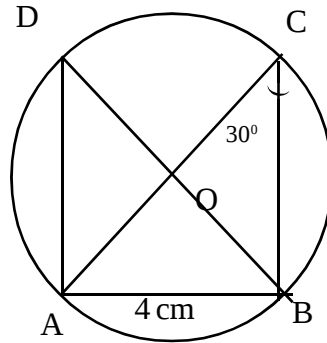
2. ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 6cm ആണ് ത്രികോണത്തിന്റെ

(a) പരിവൃത്ത ആരമെത്ര?

(b) ഉന്നതിയെത്ര?

(c) ഉന്നതിയും, ആരവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തുക ?

3. ചിത്രത്തിൽ വൃത്തകേന്ദ്രം O യും $\angle ACB = 30^\circ$ യും ആണ്. $AB=4\text{cm}$ ആയാൽ
- (a) വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം കണ്ടുപിടിക്കുക
- (b) $\triangle ADB$ യുടെ പരപ്പളവെത്ര?



4. $\triangle ABC$ യിൽ $AB=8\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$, $\angle B = 35^\circ$ ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടെത്തുക.
5. $\triangle ABC$ യിൽ $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, പരിവൃത്ത ആരം 4cm ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളുടേയും നീളം കാണുക?
6. നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന രണ്ട് കെട്ടിടങ്ങൾ തമ്മിൽ 24 മീറ്റർ അകലം ഉണ്ട്. ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്ന് ഒരു കുട്ടി വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിലേക്കും, മുകളിലേക്കും ക്ലൈനോ മീറ്ററിലൂടെ നോക്കുന്നു. വലിയകെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട് 60° കീഴ്ക്കോണിലും, മുകൾഭാഗം 30° മേൽക്കോണിലും കാണുന്നു. കെട്ടിടങ്ങളുടെ ഉയരം കണക്കാക്കുക?
7. രണ്ട് കെട്ടിടങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 16 സെ.മീ. ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്ന് 50° മേൽക്കോണിൽ വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റം കാണുന്നു. വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റത്തു നിന്നും 45° കീഴ്ക്കോണിൽ ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകൾഭാഗം കാണുന്നുവെങ്കിൽ കെട്ടിടങ്ങളുടെ ഉയരമെന്ത് ?

Worksheet II

1. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടുകോണുകൾ 40° , 70° ഉം പരിവൃത്ത ആരം 4 സെ.മീ. ഉം ആയാൽ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക.
2. ടവറിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരാൾ അകലെ നിൽക്കുന്ന ഒരു വലിയ വൃക്ഷത്തിന്റെ മുകളറ്റം 60° മേൽക്കോണിലും, ടവറിന്റെ മുകളിൽ നിന്ന് നോക്കുമ്പോൾ 25° മേൽക്കോണിലും കാണുന്നു. ടവറും, വൃക്ഷവും തമ്മിലുള്ള അകലം 40മീ ആണ്. എങ്കിൽ ടവറിന്റെ ഉയരമെത്ര ? മരത്തിന്റെ ഉയരമെത്ര ?
($\tan 65^\circ = 2.14$, $\tan 25^\circ = 0.47$)
3. 8 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തത്തിനു വെളിയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരച്ചിരിക്കുന്ന തൊടുവരകൾക്കിടയിലുള്ള കോൺ 60° ആയാൽ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലമെന്ത്? തൊടുവരയുടെ നീളമെത്ര ?

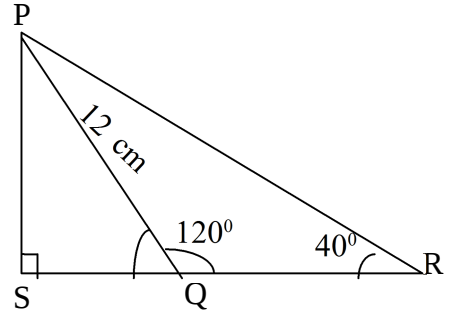
4. ΔPQR ൽ $PQ = 12\text{cm}$, $\angle PQR = 120^\circ$, $\angle PRQ = 40^\circ$ ആയാൽ

(a) $\angle PQS$ ന്റെ അളവെത്ര ?

(b) QS ന്റെ നീളം കാണുക

(c) PR ന്റെ നീളം കാണുക

($\sin 40^\circ = 0.6428$ $\cos 40^\circ = 0.7660$ $\tan 40^\circ = 0.8391$)

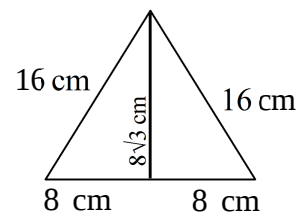


5. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ 2 കോണുകൾ 50° , 80° ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമെന്ത് ?
6. അകലെയുള്ള ഒരു കുന്നിന്റെ മുകൾഭാഗം ഒരാൾ 8° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. അവിടെ നിന്നും 4 മീ പുറകോട്ട് മാറി വീണ്ടും നോക്കിയപ്പോൾ മുകൾ ഭാഗം 40° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. കുന്നിന്റെ ഉയരമെത്ര ?
7. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വോന്നതി 12 സെ.മി. അതിന്റെ വക്കുകളെല്ലാം തുല്യനീളം ഉള്ളവയാണെങ്കിൽ
- (a) പാദവക്കിന്റെ നീളമെത്ര ?
- (b) പാർശ്വവക്കിന്റെ നീളമെത്ര ?
- (c) ഉപരിതല പരപ്പളവെത്ര ?

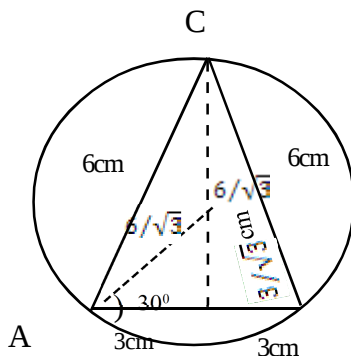
ഉത്തരങ്ങൾ

Worksheet - 1

1. a) ചതുരത്തിന്റെ വീതി $= 8\sqrt{3}\text{cm}$
- b) വശങ്ങളുടെ നീളം $= 16\text{cm}$, 16cm , 16cm



2. a)



b) ഉന്നതി
$$\frac{6}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}\text{ cm}$$

c)
$$h = r + \frac{r}{2}$$

$$h = \frac{2r + r}{2}$$

$$h = \frac{3r}{2}$$

$$3 \quad a) \text{ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം} = 8\text{cm} (\angle ADB = 30^\circ)$$

$$b) \Delta ADB \text{ യുടെ പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3}$$

$$= \underline{\underline{8\sqrt{3}\text{cm}^2}}$$

$$4) \quad \Delta ABC \text{ യുടെ പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \sin 35^\circ$$

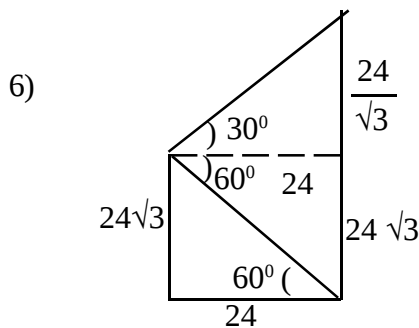
$$= 24 \times 0.57$$

$$= 13.68\text{cm}^2$$

$$5) \quad \frac{a}{\sin 40} = \frac{b}{\sin 60} = \frac{c}{\sin 80} = 8$$

$$a = 8 \times \sin 40, \quad b = 8 \times \sin 60, \quad c = 8 \times \sin 80$$

Sin വിലകൾ കൊടുത്തു കണ്ടുപിടിക്കുക



ചെറിയകെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം $24/\sqrt{3}$ മീറ്റർ

$$\text{വലിയകെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം} = 24\sqrt{3} + \frac{24}{\sqrt{3}}$$

7) AB വലിയകെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരവും CD ചെറിയകെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരവുമാണെങ്കിൽ

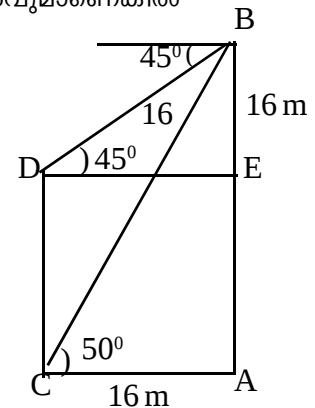
$$\frac{AB}{16} = \tan 50^\circ$$

$$AB = 16 \tan 50^\circ \text{m}$$

$$BE = 16\text{m}$$

$$AE = CD = 16 \times \tan 50^\circ - 16 \text{ m}$$

$\tan 50^\circ$ വില ആരോപിച്ച് ഉത്തരം കണ്ടെത്താം

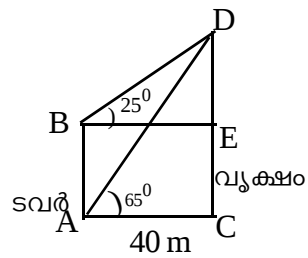


$$\frac{72+24}{\sqrt{3}} = \frac{96}{\sqrt{3}} = 32\sqrt{3} \text{ m}$$

Worksheet - 2

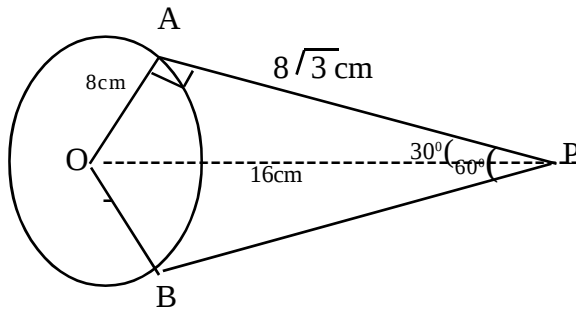
$$1. \quad \text{Hint : } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

2



$$\begin{aligned} CD &= 40 \tan 65^\circ \\ DE &= 40 \tan 25^\circ \\ AB &= CE = CD - DE \end{aligned}$$

3.



ബാഹ്യ ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം = 16cm

തൊട്ടുവരയുടെ നീളം = $8\sqrt{3} \text{ cm}$

4.

$$\begin{aligned} \angle PQS &= 60^\circ \\ QS &= 6 \text{ cm} \\ PS &= 6\sqrt{3} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\frac{PS}{PR} = \sin 40^\circ$$

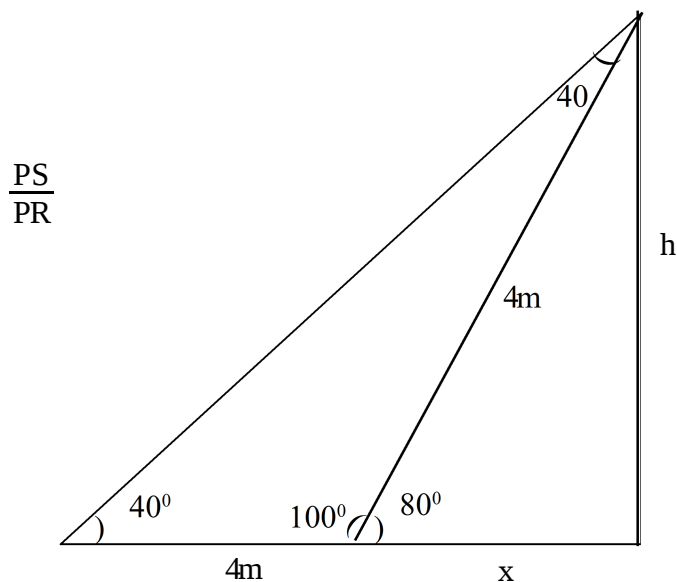
$$PR \times \sin 40^\circ = PS$$

$$PR = \frac{PS}{\sin 40^\circ} = \frac{6\sqrt{3}}{\sin 40^\circ}$$

5.

വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $\sin 50^\circ : \sin 50^\circ : \sin 80^\circ$

6



$$\frac{PS}{PR}$$

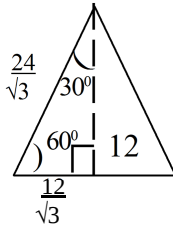
$$\tan 80^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\tan 40^\circ = \frac{h}{x+4} \quad \text{or} \quad \sin 80^\circ = \frac{h}{4} \quad \text{എന്നും കാണാം.}$$

$$x \tan 80^\circ = (x+4) \tan 40^\circ \quad h = 4 \times \sin 80^\circ$$

വിലകൾ കൊടുത്ത് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

8..



$$\text{വാദവക്} = \frac{24}{\sqrt{3}} \text{ cm}$$

$$\text{വാർശ വക്} = \frac{24}{\sqrt{3}} \text{ cm}$$

$$\text{ഉപരിതലപരപ്പളവ്} = \left(\frac{24}{\sqrt{3}} \right)^2 + \frac{2 \times 24 \times 12}{\sqrt{3}}$$

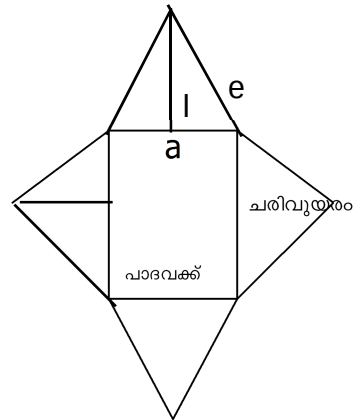
Chapter 5

ഘനരൂപങ്ങൾ

ഈ അദ്ധ്യായത്തിലൂടെ

സമചതുരസ്തൂപിക

- സമചതുരസ്തൂപിക നിവർത്തിയ രൂപം



പാദവക് a , പാർശ്വവക് e

- ചരിവുയരം ℓ , പാദവികർണ്ണം d ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങൾ

- $e^2 = l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

- $\ell^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

- $e^2 = h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$, $d = \sqrt{2} a$

പാദ ചുറ്റളവ് $= 4a$

- പാദ പരപ്പളവ് $= a^2$

- പാർശ്വതലപ്പരപ്പളവ് $= 1/2$ പാദചുറ്റളവ് $\times$ ചരിവുയരം

$$= 1/2 \times 4a \times \ell = 2a\ell$$

- ഉപരിതലപരപ്പളവ് $=$ പാർശ്വതലപരപ്പളവ് $+$ പാദപ്പരപ്പളവ് $= 2a\ell + a^2$

- വ്യാപ്തം

$$= \frac{1}{3} \times \text{പാദപരപ്പളവ്} \times \text{ഉയരം}$$

$$= \frac{1}{3} a^2 h$$

സമചതുരസ്തൂപിക നിർമ്മിക്കാൻ എപ്പോഴും ചരിവുയരം പാദവക്സിന്റെ പകുതിയിൽ കൂടുതലായിരിക്കണം

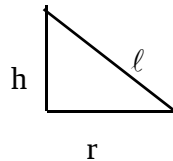
വൃത്തസ്തൂപിക

- ഒരു വൃത്താംശം വെച്ച് വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കാം. അപ്പോൾ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരമാകും. വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപനീളം സ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവ് ആകും
- 'X' കേന്ദ്രകോണം R ആരവുമുള്ള വൃത്താംശം വെച്ച് r ആരവും R ചരിവുയരമുള്ള (1) ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കുമ്പോൾ

$$\frac{x}{360} = \frac{r}{R} = \frac{r}{l}$$

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരം X ചരിവുയരം ℓ , ഉയരം h ഇവ ചേർന്ന് ഒരു മട്ടത്രികോണമുണ്ടാകും

$$\ell^2 = r^2 + h^2$$



- പാദചുറ്റളവ് $= 2\pi r$
- പാദപരപ്പളവ് $= \pi r^2$
- വക്രതലപരപ്പളവ് $= 1/2 \times$ പാദചുറ്റളവ് $\times$ ചരിവുയരം $= \pi r \ell$
- ഉപരിതലപരപ്പളവ് $=$ പാദപരപ്പളവ് $+$ വക്രതലപരപ്പളവ് $= \pi r^2 + \pi r \ell = \pi r (r + \ell)$
- വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} \times$ പാദപരപ്പളവ് $\times$ ഉയരം $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

ഗോളം

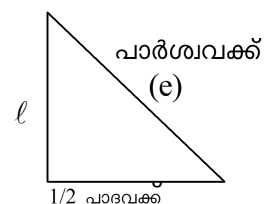
- ഗോളത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ
- ഉപരിതലപരപ്പളവ് $= 4\pi r^2$
- വ്യാപ്തം $= \frac{4}{3}\pi r^3$
- അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ വക്രതലപരപ്പളവ് $= 2\pi r^2$
- പാദപരപ്പളവ് $= \pi r^2$
- ഉപരിതലപരപ്പളവ് $=$ പാദപരപ്പളവ് $+$ വക്രതലപരപ്പളവ് $= \pi r^2 + 2\pi r^2 = 3\pi r^2$
- വ്യാപ്തം $= \frac{2}{3}\pi r^3$

ചില പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ പാദവക്കിന്റെ നീളം 30 സെ.മീ ഉം ചരിവുയരം 20 സെ.മീ ഉം ആയാൽ അതിന്റെ പാർശ്വവക്കിന്റെ നീളം എത്രയായിരിക്കും ?

ഉത്തരം

പാദവക്കിന്റെ നീളം	=	30 സെ.മീ
ചരിവുയരം	=	20 സെ.മീ
പാർശ്വവക്കിന്റെ നീളം ²	=	$20^2 + \left(\frac{30}{2}\right)^2 = 625$
പാർശ്വവക്കിന്റെ നീളം	=	25 സെ.മീ ($\sqrt{625}$)



2. 10. സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിൽ നിന്നും 60° കേന്ദ്രകോണുള്ള ഒരു വൃത്താംശം വെട്ടിയെടുത്ത് വളച്ച് ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയും ശേഷിക്കുന്ന വൃത്താംശം വളച്ച് മറ്റൊരു വൃത്തസ്തൂപികയും ഉണ്ടാക്കുന്നു. എങ്കിൽ
- അവയുടെ ചരിവുയരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക.
 - അവയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക.

ഉത്തരം

- സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരമായിരിക്കും
ചരിവുയരങ്ങളുടെ അംശബന്ധം
= $10 : 10 = 1 : 1$

- വെട്ടിയെടുത്ത വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ $= 60^\circ$

$$\text{ഇത് വൃത്തത്തിന്റെ } \frac{60}{360} = \left(\frac{1}{6}\right) \text{ ഭാഗം}$$

അതുകൊണ്ട് ഒന്നാമത്തെ സ്തൂപികയുടെ പാദ ആരം വൃത്തത്തിന്റെ

$$\text{ആരത്തിന്റെ } \frac{1}{6} \text{ ഭാഗം}$$

രണ്ടാമത്തെ സ്തൂപികയുടെ ആരം = വൃത്ത ആരത്തിന്റെ $\frac{5}{6}$ ഭാഗം

$$\text{ആരങ്ങളുടെ അംശബന്ധം } \frac{1}{6} : \frac{5}{6} = 1:5$$

3. 9 സെ.മീ ആരമുള്ള ലോഹം കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ കട്ടിയായ ഒരു ഗോളം ഉരുക്കി 3 സെ.മീ. പാദ ആരവും 4 സെ.മീ ഉയരവുമുള്ള എത്ര വൃത്ത സ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം

ഉത്തരം

$$\text{ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം} = \frac{4}{3} \times \pi \times 9 \times 9 \times 9 \text{ cm}^3$$

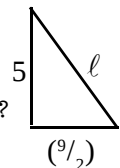
$$\text{വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം} = \frac{1}{3} \pi \times 3 \times 3 \times 4$$

$$\text{സ്തൂപികകളുടെ എണ്ണം} = 81$$

4. 5 മീറ്റർ ഉയരവും പാദവശം 24 മീറ്ററുമായ സമചതുര സ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കൂടാരം നിർമ്മിക്കുന്നു

a) ഇതിന്റെ ചരിവുയരം എത്ര ?

b) ഈ കൂടാരം നിർമ്മിക്കാൻ ആവശ്യമായ ക്യാൻവാസിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ?



ഉത്തരം

$$(a) \text{ കൂടാരത്തിന്റെ ചരിവുയരം} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ cm}$$

$$\text{ഒരു പാർശ്വമുഖ (ത്രികോണം) ത്തിന്റെ പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} \times 24 \times 13 \text{ m}^2$$

$$(b) \text{ ക്യാൻവാസിന്റെ അളവ്} 4 \times \text{ഒരു പാർശ്വമുഖ പരപ്പളവ്} = 4 \times \frac{1}{2} \times 24 \times 13 = 624 \text{ m}^2$$

5. സമചതുരസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ പാദത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 36 സെ.മീ ചരിവുയരം 30 സെ.മീ ആണ് എങ്കിൽ

(a) കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക

(b) ഇതിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.

(c) ഇത്തരം 1000 കളിപ്പാട്ടങ്ങളുടെ പുറം ചായം പൂശുന്നതിന് ചതുരശ്രമീറ്ററിന് 80 രൂപ നിരക്കിൽ എത്ര രൂപ ചെലവാകും

(a) കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ ഉയരം = $\sqrt{30^2 - 18^2} = 24 \text{ cm}$

പാദപ്പരപ്പളവ് = $36 \times 36 = 1296 \text{ cm}^2$

(b) വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \times 1296 \times 24 = 10368 \text{ ഘന. സെ.മീ}$

(1) ഒരു കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് = $1/2 \times 36 \times 30 = 540 \text{ cm}^2$
 പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് = $4 \times 540 = 2160 \text{ cm}^2$
 ഉപരിതലപരപ്പളവ് = $2160 + 1296 = 3456 \text{ cm}^2$
 1000 കളിപ്പാട്ടങ്ങളുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = 3456×1000

$$= \frac{3456 \times 1000}{10,000} \text{ ച.മീ}$$

$$= 345.6 \text{ m}^2$$

ചെലവ് = $345.6 \times 80 = 27648 \text{ രൂപ}$

Work sheet - 1

- 8 മീറ്റർ പാദ ആരവും 6 മീറ്റർ ഉയരവുമുള്ള വൃത്ത സ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കൂടാരം നിർമ്മിക്കാൻ ആവശ്യമായ ക്യാൻവാസിന്റെ അളവ് കണക്കാക്കുക.
- ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം 28 സെ.മീ ഉം പാർശ്വ വക്ട് 35 സെ.മീ ഉം ആയാൽ അതിന്റെ (1) പാദവക്ടിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക
(2) ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക
- 12 സെ.മീ ആരവും 16 സെ.മീ ഉയരവും ഉള്ള ഒരു വൃത്ത സ്തൂപിക നിർമ്മിക്കാനാവശ്യമായ വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരവും, കേന്ദ്രകോണും എത്ര ?
- പാർശ്വമുഖങ്ങളെല്ലാം സമഭുജത്രികോണങ്ങളായ ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ വക്കുകളുടെ ആകെ നീളം 48 സെ.മീ ആയാൽ
(a) പാദവക്ടിന്റെ നീളം എന്ന് ?
(b) പാർശ്വതല പരപ്പളവ് കാണുക
(c) ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക
- രണ്ടു സമചതുര സ്തൂപികകളുടെ വക്കുകൾ 2:3 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്. ഉയരങ്ങൾ 3:5 എന്ന അംശബന്ധത്തിലുമാണ്. ഒന്നാമത്തെ സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം 156 cm^3 ആയാൽ രണ്ടാമത്തെ സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എത്രയാണ്.
- 30 സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്താകൃതിയായ ഒരു തകിടിൽ നിന്നും 120° കേന്ദ്രകോണുള്ള ഒരു വൃത്താംശം വെട്ടിയെടുത്ത് വളച്ച് ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുണ്ടാക്കുന്നു. ഈ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ
(a) ചരിവുയരം കാണുക
(b) പാദ ആരം, ഉയരം ഇവ കാണുക
(c) വക്രതല പരപ്പളവ് കാണുക
(d) ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക
(e) വ്യാപ്തം കാണുക.
- സമചതുര സ്തൂപികയുണ്ടാക്കുവാനായി രമേശ് 8 സെ.മീ വശമുള്ള ഒരു സമചതുരവും 8 സെ.മീ, 5 സെ.മീ, 5 സെ.മീ വീതം വശങ്ങളുള്ള നാലു സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളും വെട്ടിയെടുത്തു. ഈ രൂപങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് നിങ്ങൾക്ക് ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുണ്ടാക്കാൻ കഴിയുമോ ? കാരണം വിശദമാക്കുക.

8. 12 സെ.മീ വശമുള്ള ഒരു സമചതുരക്കട്ടയിൽ നിന്നും പരമാവധി വലിപ്പമുള്ള ഒരു ഗോളം ചെത്തി യുണ്ടാക്കിയാൽ
- (a) ഗോളത്തിന്റെ ആരം എത്ര ?
- (b) ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപ്പരപ്പ് കാണുക.
- (c) ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.
9. ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ രണ്ടുഗ്രങ്ങളിലും അർദ്ധഗോളം ചേർത്തുവച്ച ആകൃതിയാണ് ഒരു ടാങ്കിനുള്ളത്. ഇതിന്റെ പൊതുവ്യാസം 2 മീറ്ററും ആകെ നീളം 6 മീറ്ററും എങ്കിൽ ടാങ്കിൽ എത്ര ലിറ്റർ പെട്രോൾ കൊള്ളും

ഉത്തരങ്ങൾ

1. പാദ ആരം (r) = 8 മീറ്റർ
- ഉയരം (h) = 6 മീറ്റർ
- ചരിവുയരം (ℓ) = $\sqrt{8^2 + 6^2}$ ($\ell^2 = r^2 + h^2$)
- = 10 മീറ്റർ
- ക്യാൻവാസിന്റെ അളവ് = $\pi \times 8 \times 10$
- = 80π ച. മീറ്റർ
- = $80 \times 3.14 = 251.2$ ച. മീറ്റർ
2. ചരിവുയരം (ℓ) = 28 സെ.മീ
- പാർശ്വവക്ട് (e) = 35 സെ.മീ

(a) പാദവക്ട് (a) = $2\sqrt{35^2 - 28^2}$ [$e^2 = \ell^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$]

= $2\sqrt{441}$

= 2×21

= 42 cm

(b) പാർശ്വതലപരപ്പളവ് = $2 \times 42 \times 28 = 2352 \text{ cm}^2$

പാദപരപ്പളവ് = 42×42

= 1764 cm^2

ഉപരിതലപരപ്പളവ് = പാർശ്വതലപരപ്പളവ് + പാദപരപ്പളവ്

= $2352 + 1764$

= 4116 cm^2

3) പാദ ആരം (r) = 12 cm

ഉയരം (h) = 16 cm

ചരിവുയരം (ℓ) = $\sqrt{12^2 + 16^2}$ ($\ell^2 = r^2 + h^2$)

= 20 cm

വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം = 20 cm

വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = $\left[\frac{x}{360} = \frac{r}{\ell} \right], x = 360 \times \frac{r}{\ell} = 360 \times \frac{12}{20}$

= 216°

$$4) \quad \text{പാദവക്കിന്റെ നീളം (a)} = \frac{48}{8} = 6 \text{ cm} \quad (8a = 48)$$

$$\begin{aligned} \text{പാർശ്വതലപ്പരപ്പളവ്} &= 4 \times \text{ഒരു മുഖത്തിന്റെ പരപ്പളവ്} \\ &= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \\ &= 36\sqrt{3} \text{ cm}^2 = 62.352 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad \text{ഉപരിതലപ്പരപ്പളവ്} &= \text{പാദപരപ്പളവ്} + \text{പാർശ്വതലപരപ്പളവ്} \\ &= 6 \times 6 + 36\sqrt{3} \\ &= 36(1 + \sqrt{3}) = 36 \times 2.732 \end{aligned}$$

$$= 98.352 \text{ ച. മീ}$$

$$5. \quad \text{പാദവക്കുകളുടെ അംശബന്ധം} = 2:3$$

$$\text{പാദവക്കുകൾ} = 2b : 3b$$

$$\text{ഉയരങ്ങൾ} = 3h : 5h (3:5)$$

$$\text{വ്യാപ്തങ്ങളുടെ അംശബന്ധം} = \frac{1}{3} 2b \times 2b \times 3h : \frac{1}{3} 3b \times 3b \times 5h = 4:15$$

$$\text{രണ്ടാമത്തെ സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം ഒന്നാമത്തേതിന്റെ } \frac{15}{4} \text{ മടങ്ങാണ്}$$

$$\text{രണ്ടാമത്തേതിന്റെ വ്യാപ്തം} = \frac{15}{4} \times 156 = 585 \text{ cm}^3$$

$$5. \quad \text{a) ആരം (R)} = 30 \text{ cm} \quad \therefore \text{ചരിവ് ഉയരം } (\ell) = 30 \text{ cm}$$

$$\text{b) കേന്ദ്രകോൺ} = 120^\circ$$

$$\text{വൃത്താംശം വൃത്തത്തിന്റെ } \frac{1}{3} \text{ ഭാഗം } \left(\frac{120}{360} \right)$$

$$\therefore \text{പാദ ആരം (r)} = \frac{1}{3} \times 30$$

$$= 10 \text{ സെ.മീ}$$

$$\text{ഉയരം} = \sqrt{30^2 - 10^2} = \sqrt{800} = 20\sqrt{2} \text{ cm} = \underline{\underline{28.28 \text{ cm}}}$$

$$(c) \quad \text{വക്രതലപരപ്പളവ്} = \frac{\pi R^2}{3} = \frac{\pi \times 30 \times 30}{3} = \underline{\underline{300\pi \text{ cm}^2}}$$

(സ്തൂപികയുണ്ടാക്കിയത് വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം ഉപയോഗിച്ച്)

$$(d) \quad \text{പാദപ്പരപ്പളവ്} = \pi r^2 = 100\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{ഉപരിതലപ്പരപ്പളവ്} = 300\pi + 100\pi = 400\pi = \underline{\underline{1256 \text{ cm}^2}}$$

$$(e) \quad \text{വ്യാപ്തം} = \frac{1}{3} \times \pi \times 10 \times 10 \times 20\sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{3} \times 2000\sqrt{2} \pi$$

$$= \underline{\underline{2959.97}} \text{ ഘന സെ.മീ}$$

7. സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരം = $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3\text{cm}$

സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരമാണ് സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം. ഇത് സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ പകുതിയിൽ കുറവായതുകൊണ്ട് ഈ രൂപങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സമചതുരസ്തൂപിക യുണ്ടാക്കാൻ കഴിയില്ല

8 a) ഗോളത്തിന്റെ വ്യാസം = 12 cm (d = a)
 ഗോളത്തിന്റെ ആരം = 6 cm

b) ഉപരിതലപരപ്പളവ് = $4\pi \times 6 \times 6 = 144\pi = 452.16$ ച.സെ.മീ ($4\pi r^2$)
 ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3} \pi \times 6 \times 6 \times 6 = 288\pi \text{ cm}^3$ ($\frac{4}{3} \pi r^3$)
 = 904.32 cm³

9 ആരം = 1 മീറ്റർ
 വൃത്ത സ്തംഭത്തിന്റെ നീളം = 6-2=4 മീറ്റർ
 വൃത്ത സ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\pi \times 1 \times 1 \times 4 = 4\pi$ ഘനമീറ്റർ ($\pi r^2 h$)
 രണ്ടർദ്ധഗോളങ്ങൾ ചേർന്നാൽ ഒരു ഗോളം

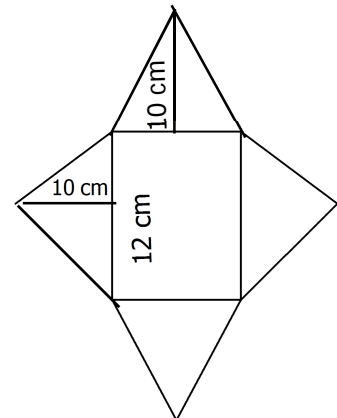
ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3} \pi \times 1 \times 1 \times 1 \left(2 \times \frac{2}{3} \pi r^3 \right)$
 = $\frac{4}{3} \pi$ ഘനമീറ്റർ

ടാങ്കിന്റെ വ്യാപ്തം = വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം + ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം
 = $4\pi + \frac{4}{3}\pi = \frac{16}{3}\pi = 16.746$ ഘനമീറ്റർ
 = 16.746 x 1000 മീറ്റർ = 16.746 m³
 = 16746 ലിറ്റർ

WORK SHEET -2

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രൂപം കടലാസിൽ വെട്ടിയെടുത്ത് ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളിലൂടെ മടക്കി യോജിപ്പിച്ചാൽ

- കിട്ടുന്ന ഘനരൂപമേത്
- ഘനരൂപത്തിന്റെ പാദവക്കിന്റെ നീളം, ചരിവുയരം ഇവ കണക്കാക്കുക
- ഉയരം എത്ര ?
- ഘനരൂപത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക
- ഘനരൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.



- 2, സ്കൂൾ കെട്ടിടത്തിന്റെ പണിക്കായി കുട്ടിയിട്ടിരിക്കുന്ന മണൽകുമ്പാരം വൃത്ത സ്തൂപികാകൃതിയിലാണ്.

കുമ്പാരത്തിന്റെ പാദചുറ്റളവ് 25.12 മീറ്ററും, ചരിവുയരം 5 മീറ്ററും ആയാൽ

- (a) മണൽ കുമ്പാരത്തിന്റെ ഉയരം എന്ത് ? (b) കുമ്പാരത്തിലുള്ള മണലിന്റെ അളവെന്ത് ?
3. അർദ്ധഗോളാകൃതിയിലുള്ള തുറന്ന ഒരു പാത്രത്തിന്റെ വ്യാസം 50 സെ.മീ ആണ്
 - (a) ഇതിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും ?
 - (b) ഈ പാത്രത്തിന്റെ അകം ചായം പൂശുന്നതിന് ചതുരശ്രമീറ്ററിന് 500 രൂപ നിരക്കിൽ എന്തു ചെലവു വരും
4. രണ്ട് ഗോളങ്ങളുടെ വ്യാപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 64 : 125 ആയാൽ അവയുടെ വ്യാസങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക.
5. ഒരു ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് $64\pi \text{ cm}^2$ ആയാൽ അതിന്റെ
 - (a) വ്യാപ്തം കാണുക
 - (b) ആരം ഇരട്ടിയായാൽ വ്യാപ്തം എത്രമടങ്ങാകും
6. രണ്ട് ഗോളങ്ങളുടെ ആരങ്ങൾ 2:3 എന്ന അംശബന്ധത്തിലായാൽ
 - (a) അവയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവുകളുടെ അംശബന്ധം എന്ത് ?
 - (b) അവയുടെ വ്യാപ്തങ്ങളുടെ അംശബന്ധമെന്ത് ?
7. 10 സെ.മീ ആരമുള്ള കട്ടിയായ ഒരു അർദ്ധഗോളം ഉറക്കി അതേ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുണ്ടാക്കിയാൽ അതിന്റെ ഉയരമെന്ത് ?
8. ഒരു അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ പാദപ്പരപ്പളവ് $64\pi \text{ cm}^2$ ആയാൽ അതിന്റെ
 - (a) ഉപരിതലപരപ്പളവു കാണുക
 - (b) വ്യാപ്തം കാണുക
9. ഒരു കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ ആകൃതി ഒരു അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ അഗ്രത്തിൽ വൃത്തസ്തൂപിക ഘടിപ്പിച്ച രീതിയിലാണ്. കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ ആകെ ഉയരം 7 സെ.മീ അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാസം 8 സെ.മീ ആയാൽ ഈ രൂപത്തിന്റെ
 - (a) ഉപരിതലപരപ്പളവു കാണുക
 - (b) വ്യാപ്തം കാണുക
10. ഒരു ബോയിലറിന്റെ ആകൃതി ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ ഒരുഗ്രത്തിൽ ഒരു അർദ്ധഗോളവും മറ്റേയറ്റത്ത് ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയും ഘടിപ്പിച്ച രീതിയിലാണ്. ബോയിലറിന്റെ ആകെ നീളം 17 മീ.ഉം പൊതു ആരം 4 മീറ്ററും ആണ്. വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ മാത്രം ഉയരം 3 മീറ്ററും ആയാൽ
 - (a) ഈ ബോയിലറിന്റെ വ്യാപ്തമെന്ത് ?
 - (b) ബോയിലറിന്റെ പുറം മുഴുവനും പെയിന്റ് ചെയ്യുന്നതിന് ചതുരശ്രമീറ്ററിന് 100 രൂപ നിരക്കിൽ എന്തു ചെലവു വരും

ഉത്തരങ്ങൾ

1. (a) ഘനരൂപം സമചതുര സ്തൂപിക
- (b) പാദവക് = 12 സെ.മീ, ചരിവുയരം = 10 സെ.മീ
- (c) ഉയരം = $\sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{cm}$
- (d) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $1/2 \times 12 \times 10 = 60\text{cm}^2$
- പാർശ്വതലപരപ്പളവ് = $4 \times 60 = 240\text{cm}^2$
- പാദപ്പരപ്പളവ് = $12 \times 12 = 144\text{cm}^2$
- ഉപരിതലപരപ്പളവ് = $240 + 144 = 384\text{cm}^2$
- (e) വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 8 = 384$ ഘന സെ.മീ

$$\begin{aligned}
 2. \quad (a) \quad & \text{ചരിവുയരം} = 5 \text{ മീറ്റർ} \\
 & \text{പാദചുറ്റളവ്} = 25.12 \text{ മീറ്റർ} \\
 & \text{പാദആരം} = \frac{25.12}{2 \times 3.14} = 4 \text{ മീറ്റർ} \\
 & \text{ഉയരം} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ മീറ്റർ} \\
 (b) \quad & \text{മണലിന്റെ അളവ്} = \frac{1}{3} \pi \times 4 \times 4 \times 3 = 16\pi = 50.24 \text{ ഘനമീറ്റർ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad (a) \quad & \text{ആരം} = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm} \\
 & \text{വ്യാപ്തം} = \frac{2}{3} \pi \times 25 \times 25 \times 25 \\
 & = 10416.67\pi \text{ cm}^3 \\
 & = 32.708 \text{ ലിറ്റർ}
 \end{aligned}$$

$$\text{പാത്രത്തിൽ കൊള്ളുന്ന വെള്ളം} = 32.708 \text{ ലിറ്റർ}$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad & \text{വക്രതലപരപ്പളവ്} = 2\pi \times 25 \times 25 = 12250 \pi \\
 & = 3925 \text{ cm}^2 \\
 & = 0.3925 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ഈയം പൂശുന്നതിന് ചെലവ്} & = 0.3925 \times 500 \\
 & = 196.25 \text{ രൂപ}
 \end{aligned}$$

$$4. \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{64}{125}$$

$$\frac{\frac{4}{3} \pi r_1^3}{\frac{4}{3} \pi r_2^3} = \left(\frac{4}{5}\right)^3$$

$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{4}{5}\right)^3$$

$$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{5}$$

$$\text{വ്യാസങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം } 2 \times 4 : 2 \times 5 = 4 : 5$$

$$5. \quad 4\pi r^2 = 64\pi$$

$$r^2 = 16$$

$$r = 4$$

$$\text{വ്യാപ്തം} = \frac{4}{3} \pi \times 4 \times 4 \times 4$$

$$= 85.33\pi \text{ ഘന. സെ.മീ}$$

ആരം ഇരട്ടിയായാൽ, ആരം = $2r$

$$\text{വ്യാപ്തം} = \frac{4}{3} \pi (2r)^3 = \frac{4}{3} \pi 8r^3$$

$$= 8 \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= 8 \text{ മടങ്ങ്}$$

ആരം ഇരട്ടിച്ചാൽ വ്യാപ്തം 8 മടങ്ങാകും

$$6. \quad r_1 : r_2 = 2:3$$

$$\text{ആരങ്ങൾ} = 2r, 3r$$

(a) ഉപരിതലപ്പരപ്പളവുകളുടെ അംശബന്ധം

$$= \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2}$$

$$= \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$= \frac{(2r)^2}{(3r)^2}$$

$$= \frac{4}{9}$$

$$\text{അംശബന്ധം} = 4:9$$

(b) വ്യാപ്തങ്ങളുടെ അംശബന്ധം

$$= \frac{\frac{4}{3} \pi (2r)^3}{\frac{4}{3} \pi (3r)^3} = \frac{8}{27}$$

$$= 8:27$$

7. അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം ഉയരം

$$\text{ie, } \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} r^2 h$$

$$\therefore 2r^3 = r^2 h$$

$$\therefore h = \frac{2r^3}{r^2}$$

$$= 2 \times r$$

$$= 2 \times 10$$

$$= 20 \text{ cm}$$

$$\text{ഉയരം} = 20 \text{ cm}$$

8. പാദപ്പരപ്പളവ് = $64 \pi \text{ cm}^2$

(a) ഉപരിതലപരപ്പളവ് = $3 \times 64 \pi$

$$= 192 \pi \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 64 \therefore r = 8 \text{ cm}$$

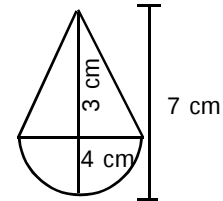
(b) വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3} \pi \times 8 \times 8 \times 8 = 341 : 33 \pi \text{ cm}^3$

9. അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആരം = 4 cm

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം = 7 - 4 cm

$$= 3 \text{ cm}$$

സ്തൂപികയുടെ ആരം = 4 cm



(a) ഉപരിതലപരപ്പളവ് = സ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ് +
അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വക്രതല പരപ്പളവ്

$$= \pi \times 4 \times 5 + 2 \pi \times 4 \times 4$$

$$= 20 \pi + 32 \pi$$

$$= 52 \pi \text{ cm}^2$$

(b) വ്യാപ്തം

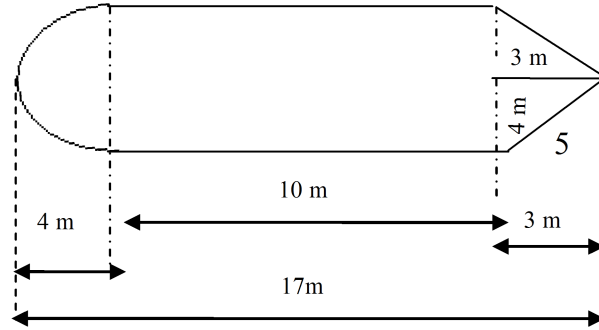
$$= \frac{1}{3} \pi \times 4 \times 4 \times 3 + \frac{2}{3} \pi \times 4 \times 4 \times 4$$

$$= 16 \pi + \frac{128}{3} \pi$$

$$= \frac{176}{3} \pi$$

$$= 58.66 \pi \text{ cm}^3$$

10. വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ ആരം 4 മീറ്റർ വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ ഉയരം = $17 - (4 + 3) = 10\text{cm}$



(a) സ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\pi \times 4 \times 4 \times 10 = 160\pi$ ഘനമീറ്റർ

അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3} \pi \times 4 \times 4 \times 4$
 = $\frac{128}{3} \pi$ ഘനമീറ്റർ

സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \pi \times 4 \times 4 \times 3$
 = 16π ഘനമീറ്റർ

ബോയിലറിന്റെ വ്യാപ്തം = $160\pi + \frac{128}{3} \pi + 16\pi$
 = 218.67π ഘനമീറ്റർ
 = 686.61 ഘനമീറ്റർ

2) അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വക്രതല പരപ്പളവ് = $2\pi \times 4 \times 4 = 32\pi$ ച. മീറ്റർ

വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വക്രതല പരപ്പളവ് = $2\pi \times 4 \times 10 = 80\pi$ ച. മീറ്റർ

സ്തൂപികയുടെ വക്രതലപരപ്പളവ് = $2\pi \times 4 \times 5 = 20\pi$ ച. സെ.മീറ്റർ

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $32\pi + 80\pi + 20\pi = 132\pi$ ച. മീറ്റർ

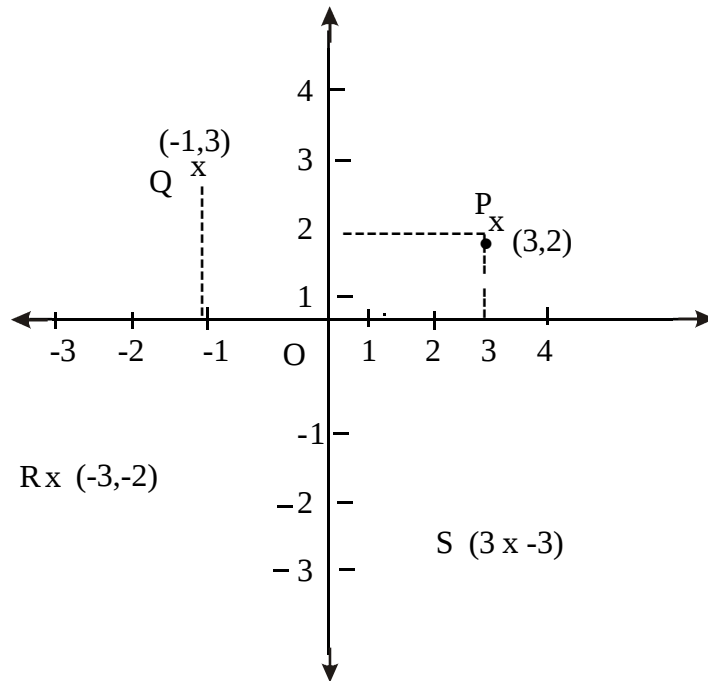
പെയിന്റ് ചെയ്യാനുള്ള ചെലവ് = $132\pi \times 100$
 = 41448. രൂപ

Chapter 6

സൂചകസംഖ്യകൾ

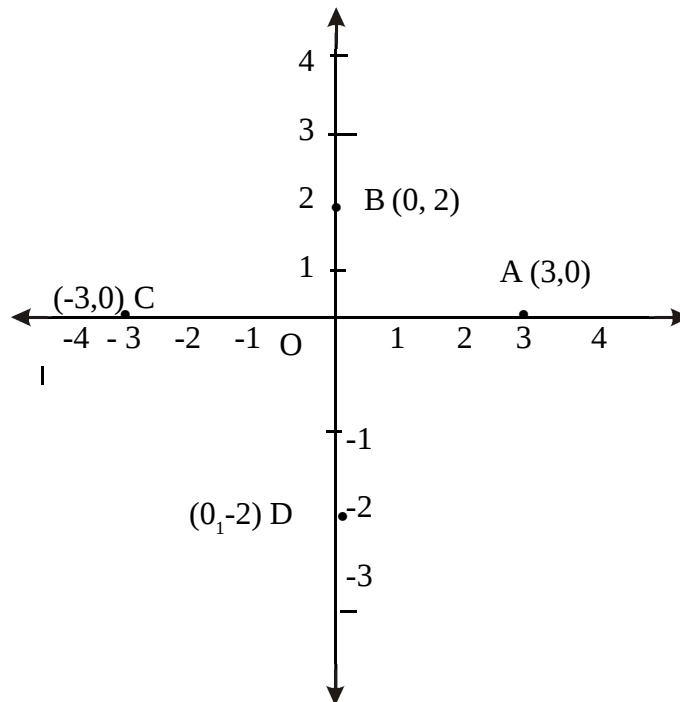
ഈ അദ്ധ്യായത്തിലൂടെ

1.



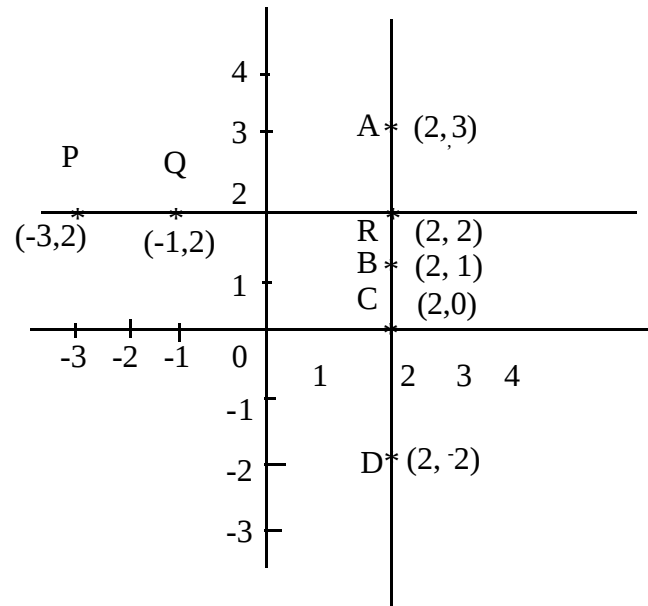
ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ നോക്കുക.

2.



x - അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ പൂജ്യം. y - അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചക സംഖ്യകൾ പൂജ്യം.

3.



ചിത്രത്തിൽ X അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ രേഖയിലെ ബിന്ദുക്കളിൽ Y സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യം.

Y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ രേഖയിലെ ബിന്ദുക്കളിൽ X സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യം.

4. X അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ് (x_1, y) (x_2, y) . ഇവയെങ്കിൽ അവ തമ്മിലുള്ള അകലം $|x_1 - x_2|$

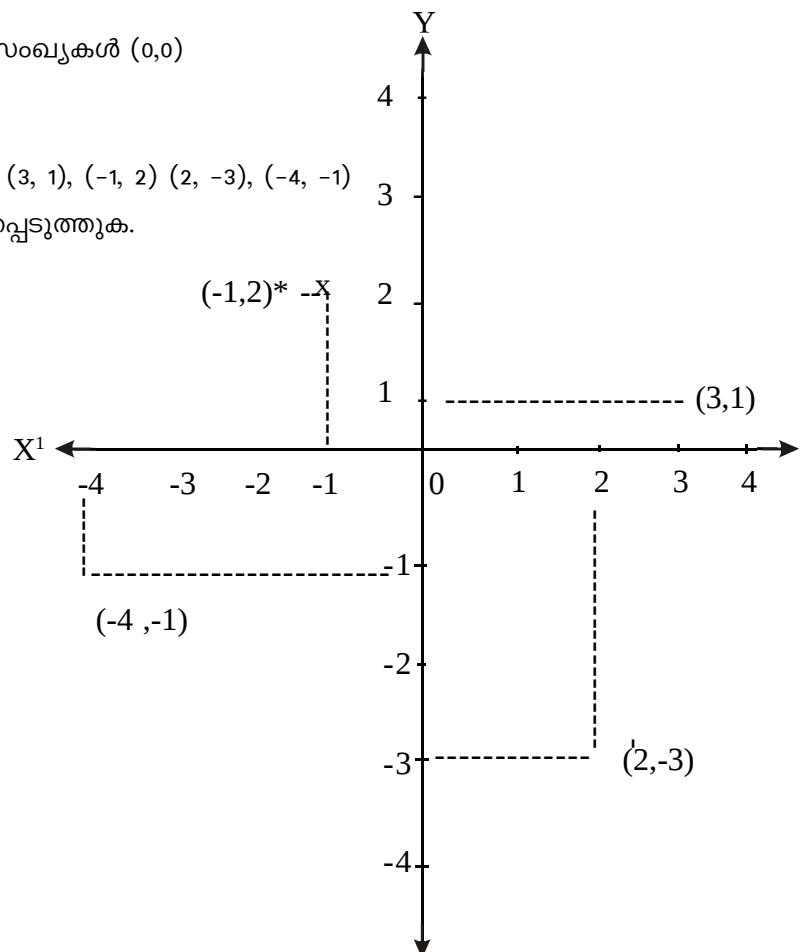
5. Y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ് (x, y_1) (x, y_2) . ഇവയെങ്കിൽ അവ തമ്മിലുള്ള അകലം $|y_1 - y_2|$

6. ആധാരബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(0,0)$

ചില പ്രവർത്തനങ്ങൾ

1. അക്ഷരങ്ങൾ വെച്ച് അതിൽ $(3, 1)$, $(-1, 2)$ $(2, -3)$, $(-4, -1)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

ഉത്തരം

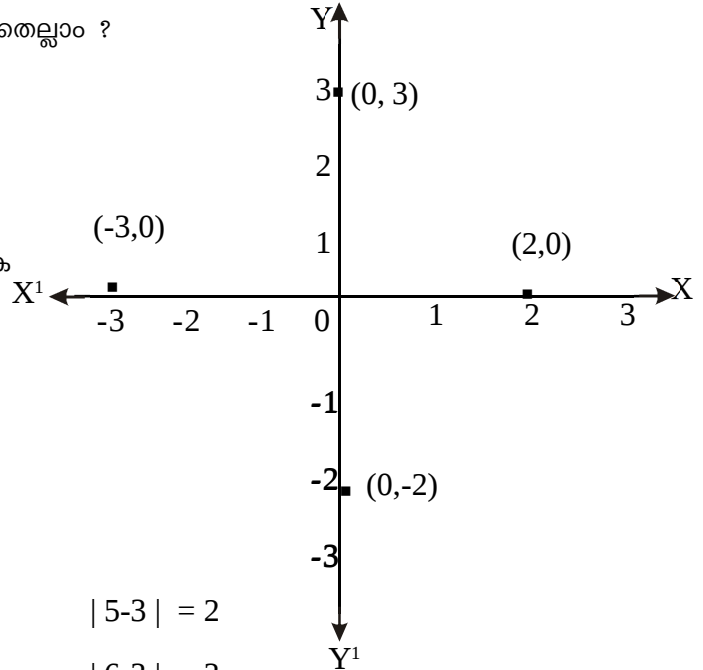


2. a. അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് അതിൽ $(-3, 0), (0, -2), (2, 0), (0, 3)$ ഇവ അടയാളപ്പെടുത്തുക.
 b. ഇതിൽ X അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ ഏതെല്ലാം ?
 c. Y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ ഏതെല്ലാം ?

Ans:

- b. $(-3, 0), (2, 0)$
 c. $(0, 3), (0, -2)$

3. ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക



- a. $(2, 3), (2, 5)$
 b. $(3, -1), (6, -1)$
 c. $(1, 0), (-3, 0)$
 d. $(0, -2), (0, 4)$

Ans:

- | | | | |
|---|--------------------|------|----------------------------|
| a | $(2, 3), (2, 5)$ | അകലം | $ 5 - 3 = 2$ |
| b | $(3, -1), (6, -1)$ | അകലം | $ 6 - 3 = 3$ |
| c | $(1, 0), (-3, 0)$ | അകലം | $ -3 - 1 = -4 = 4$ |
| d | $(0, -2), (0, 4)$ | അകലം | $ 4 - (-2) = 4 + 2 = 6$ |

4. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളിൽ X അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ വരയിലെ ഒരു ജോടി ബിന്ദുക്കളേയും Y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ വരയിലെ ഒരു ജോടി ബിന്ദുക്കളേയും തരംതിരിച്ചെഴുതുക

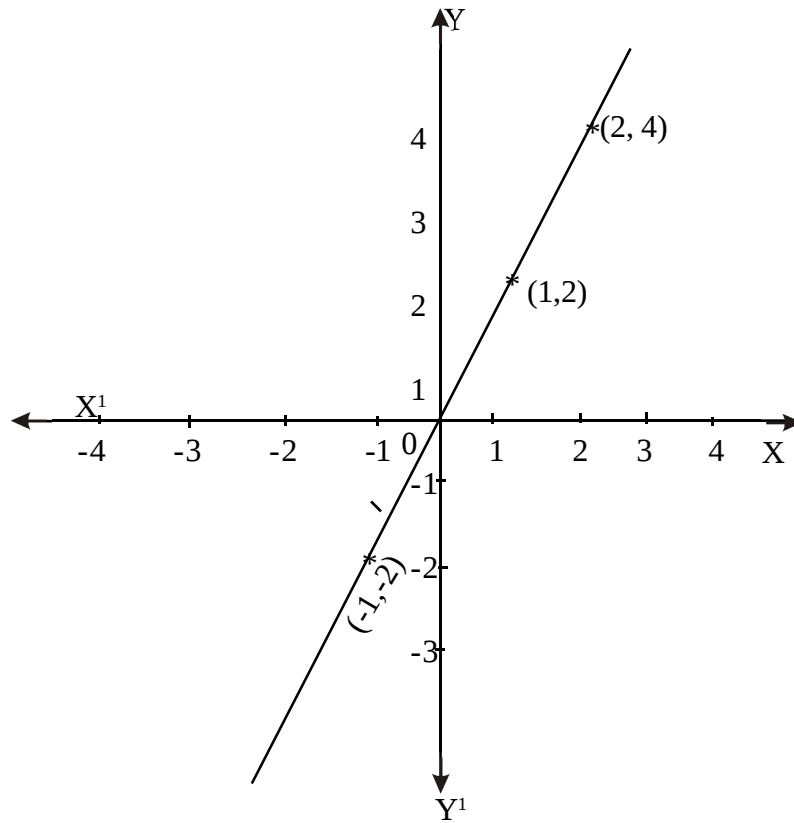
- | | |
|--------------|----------------------------|
| (a) $(2, 4)$ | (b) $(3, -5)$ |
| (c) $(4, 3)$ | (d) $(-3, 4)$ (e) $(3, 1)$ |

Ans: X അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ രേഖയിലെ ബിന്ദുക്കൾ (a) $(2, 4)$ (d) $(-3, 4)$

Y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ രേഖയിലെ ബിന്ദുക്കൾ (b) $(3, -5)$, (e) $(3, 1)$

5. ഒരു തലത്തിൽ x അക്ഷവും y അക്ഷവും വരച്ച് അതിൽ $(1, 2), (-1, -2), (2, 4), (3, -2)$ ഇവ അടയാളപ്പെടുത്തി ഇവയിൽ ഒരേ വരയിൽ വരുന്ന മൂന്നു ബിന്ദുക്കൾ ഏതെല്ലാമെന്ന് കണ്ടെത്തുക.

Ans :



ഒരേ വരയിൽ വരുന്ന മൂന്നു ബിന്ദുക്കൾ $(2,4)$, $(1,2)$, $(-1,-2)$

6. x അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ് $(-1, 2)$ ഉം $(3,2)$ ഉം ഈ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം എന്ത്? $(3,2)$ എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും 6 യൂണിറ്റ് അകലെ ഇതേ വരയിൽ തന്നെയുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

$$\begin{aligned} \text{ഉത്തരം:} \quad \text{അകലം} &= | -1-3 | \\ &= | -4 | = 4 \end{aligned}$$

$(3,2)$ ൽ നിന്നും 6 യൂണിറ്റ് അകലെയുള്ള ബിന്ദുക്കൾ $(-3, 2)$ ഉം $(9, 2)$ ഉം

- 7 (a) അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് അതിൽ $(2, -3)$ എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക

(b) ഈ ബിന്ദുവിൽകൂടി x അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക.

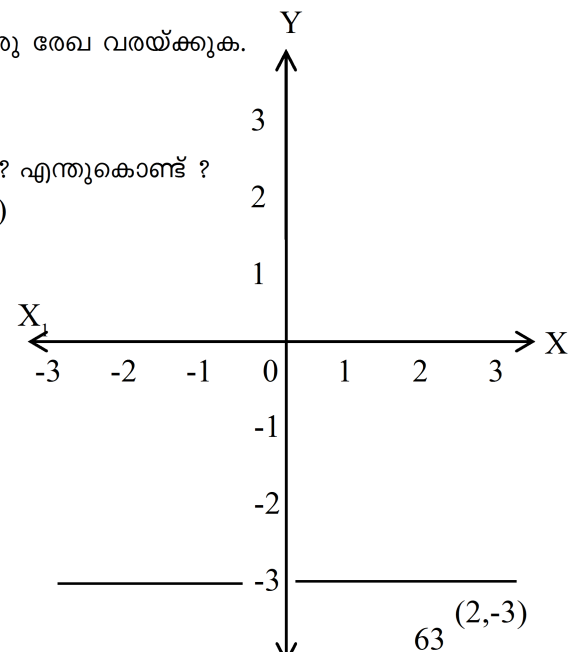
(c) ഈ രേഖയിലെ ഏതെങ്കിലും 4 ബിന്ദുക്കളെഴുതുക.

(d) $(-3, 2)$ എന്ന ബിന്ദു ഈ രേഖയിലെ ബിന്ദു ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

Ans :

(c) $(1,-3), (4,-3), (-1,-3), (2,-3)$

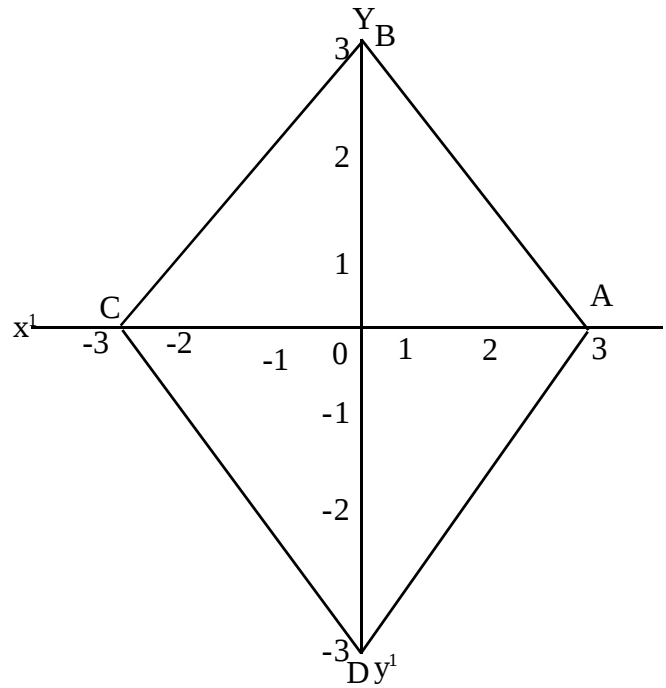
(d) ഇല്ല, കാരണം y സൂചകസംഖ്യ -3 ആയ ബിന്ദുക്കൾ മാത്രമേ ഈ രേഖയിൽ വരൂ



b)

8. ചിത്രത്തിൽ സമചതുരം ABCD യുടെ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ

Ans : A = (3,0)
 B = (0,3)
 C = (-3,0)
 D = (0,-3)



9. ചിത്രത്തിൽ ചതുരം ABCD യുടെ മധ്യബിന്ദു 'O' ആധാര ബിന്ദുവാണ്

- B, C, D ഇവയുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക
- ചതുരം അക്ഷങ്ങളെ വെണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക
- ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക

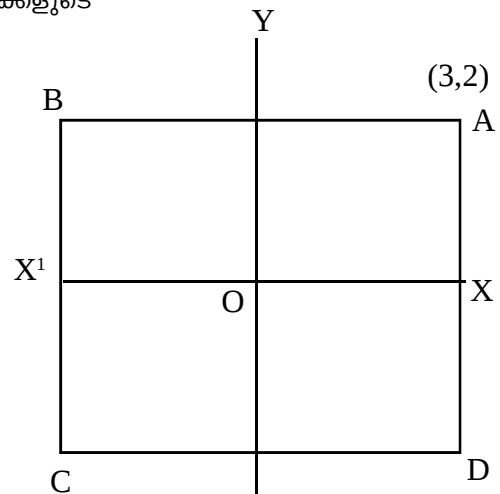
Ans : (a) B (-3,2), C (-3, -2), D (3,2)

(b) (0,2) (-3,0), (0,-2) (3,0)

(c) $AB = |3 - (-3)| = 6$ യൂണിറ്റ്

$BC = |2 - (-2)| = 4$ യൂണിറ്റ്

ചുറ്റളവ് = $2 \times (6+4) = 20$ യൂണിറ്റ്



10. ആധാര ബിന്ദു കേന്ദ്രമായ ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 6 യൂണിറ്റ്

- വൃത്തം അക്ഷങ്ങളെ വെണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകളെന്തെല്ലാം ?

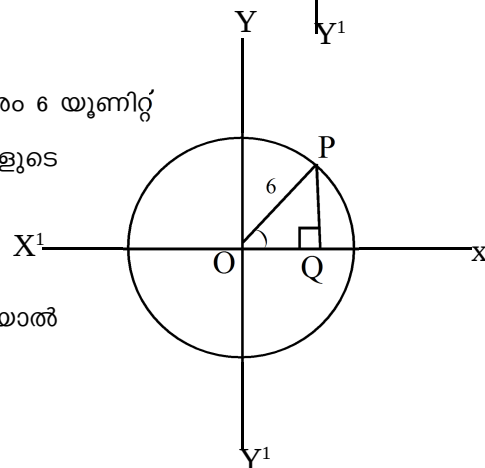
- P വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവും

O ആധാര ബിന്ദുവുമാണ് $\angle POX = 30^\circ$ ആയാൽ

P യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാം ?

- $\angle POX = 45^\circ$ ആയാലോ ?

- 60° ആയാലോ ?



ഉ (a) (6,0), (0,6), (-6, 0), (0,-6)

(b) $\angle POQ$ ന്റെ കോണുകൾ 30° , 60° , 90° , വീതമായതുകൊണ്ട്

$$PQ = \frac{OP}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$OQ = PQ \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$\therefore$ P യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ = $(3\sqrt{3}, 3)$

(c) $\angle POQ$ ന്റെ സമപാർശ്വ മട്ടത്രികോണം ആയതുകൊണ്ട്

$$\Delta OQ = \frac{OP}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

$$PQ = OQ = 3\sqrt{2}$$

$\therefore$ P യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ = $(3\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$

(d) $\angle POQ$ ന്റെ കോണുകൾ 30° , 60° , 90° , വീതമായതുകൊണ്ട്

$$OQ = \frac{OP}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$PQ = OQ \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$\therefore$ P യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ = $(3, 3\sqrt{3})$

11. ഒരു ബിന്ദു A(-2, 3) ൽ നിന്നും 7 യൂണിറ്റ് വലത്തോട്ട് നീങ്ങി B യിൽ എത്തിച്ചേരുന്നു. B യിൽ നിന്നും 4 യൂണിറ്റ് താഴേയ്ക്ക് സഞ്ചരിച്ച് C യിൽ എത്തിച്ചേരുന്നു.

(a) B, C ഇവയുടെ സൂചക സംഖ്യകളെഴുതുക

(b) AB എന്ന വരയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് ബിന്ദുക്കളെഴുതുക

(c) BC എന്ന വരയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് ബിന്ദുക്കളെഴുതുക

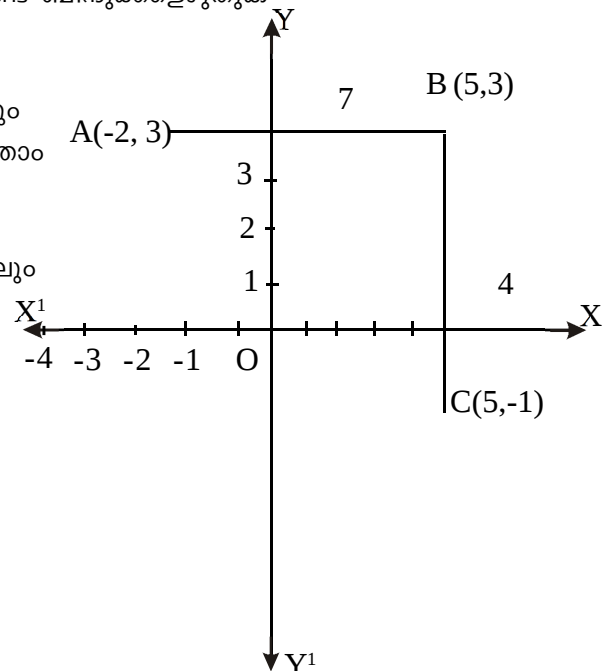
Ans: (a)

(b) y സൂചക സംഖ്യ 3 ആയ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് ബിന്ദുക്കളെഴുതാം

$(2, 3), (-1, 3), (0, 3), (4, 3)$

(c) X സൂചക സംഖ്യ 5 ആയ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് ബിന്ദുക്കളെഴുതാം

$((5, 2), (5, 1), (5, 0), \dots)$



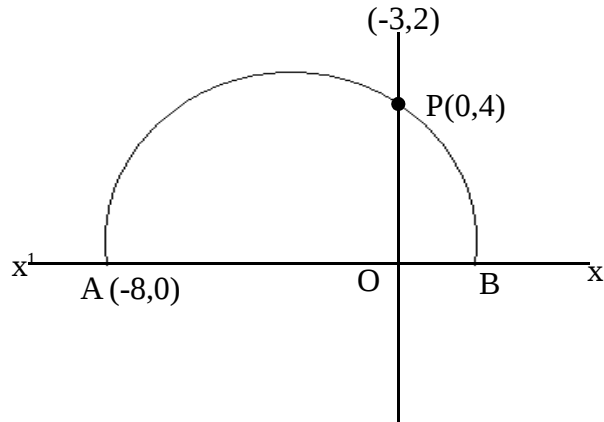
WORK SHEET -1

1. (a) അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് അതിൽ A (2,3), B (-1,3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക
(b) AB യോജിപ്പിച്ച് അതിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക
(c) AB യ്ക്ക് സമാന്തരമായി ഒരു രേഖ വരച്ച് അതിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.
2. ചതുരം ABCD യുടെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്. A (2,3,) C (8,7) എങ്കിൽ
(a) B,D എന്നീ , ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.
(b) ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക
3. (a) ആധാര ബിന്ദുവിൽ നിന്നും നിന്നും 4 യൂണിറ്റ് അകലെ അക്ഷങ്ങളിലുള്ള ബിന്ദുക്കളേതെല്ലാം ?
(b) ഈ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്നതും അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായി വശങ്ങൾ വരുന്നതുമായ സമചതുരം നിർമ്മിച്ചാൽ സമചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക
(c) സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക.
4. (a) (-1,3) (-1, -3) ഈ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന രേഖ വരയ്ക്കുക.
(b) ഈ രേഖയുടെ 2 പ്രത്യേകതകൾ എഴുതുക.
(c) ഈ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക
(d) ഈ ബിന്ദുക്കൾ മൂലകളായി ഇവയ്ക്ക് വലത് വശത്തായി ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിച്ചാൽ സമചതുരത്തിന്റെ മറ്റു മൂലകൾ ഏതെല്ലാം ?

WORK SHEET -2

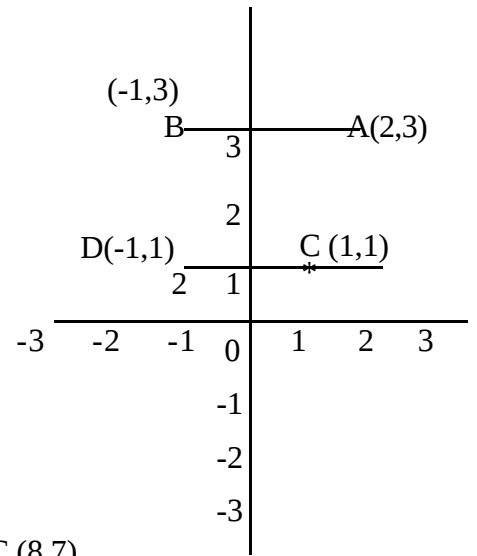
1. വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരങ്ങളായ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ രണ്ടു മൂലകളുടെ സംഖ്യാ ജോടികൾ (2,4) ; (8, 12) ആണ്. അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കാതെ ABCD എന്ന ചതുരം വരച്ച് ഉചിതമായ സ്ഥാനത്ത് സംഖ്യാജോടികൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക ചതുരത്തിന്റെ മറ്റുമൂലകങ്ങളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക. ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക. ഈ ചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം എന്ത് ?
2. y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (5,2) ഈ വര x അക്ഷവുമായി കൂട്ടി മുട്ടുന്നു. ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക. ഈ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളും തമ്മിലുള്ള അകലം എന്ത് ? ഈ വര y അക്ഷത്തിൽ നിന്നും എത്ര യൂണിറ്റ് അകലെയാണ്
3. (0,3) കേന്ദ്രമായ വൃത്തം (0,-2) ൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്നു.
a) വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം എന്ത് ?
b) വൃത്തം y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന മറ്റൊരു ബിന്ദു ഏത് ?
4. x - അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (-4,3)y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ്. (6, -3). ഈ വസ്തുതകളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക. ഈ രണ്ടു വരകളും കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ ഏത് ? (-4,3) (6,-3) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഏത് ബിന്ദുവാണ്, വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടിയ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും കൂടുതൽ അകലത്തിലുള്ളത്

5. ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസമായ അർദ്ധവൃത്തം P എന്ന ബിന്ദുവിൽകൂടി കടന്നുപോകുന്നു A (-8,0) ; P (0,4) ആയാൽ OP യുടെ നീളം എന്ത് ? B യുടെ സംഖ്യാ ജോടികൾ ഏവ ?

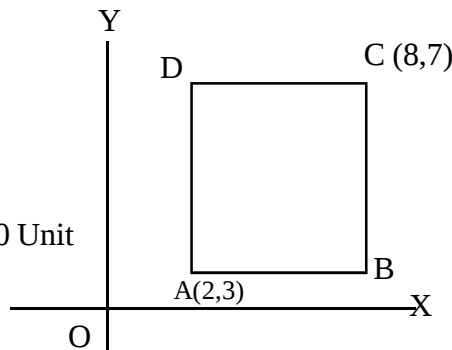


Ans : - വർക്ക് ഷീറ്റ് -1

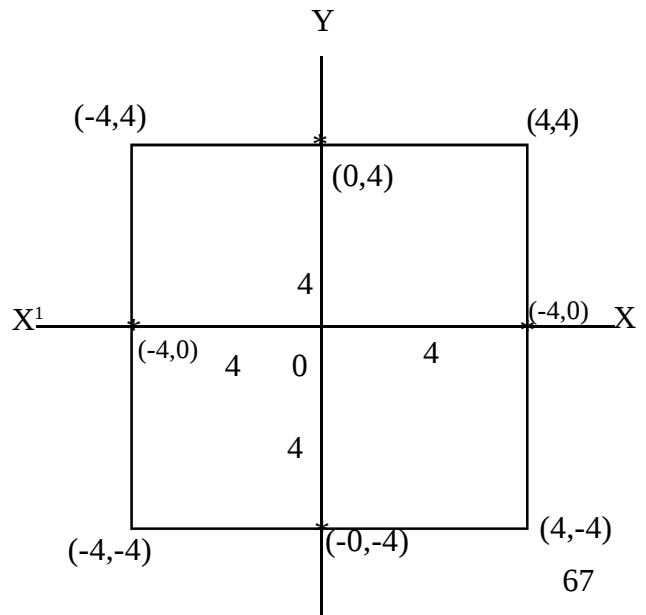
1. a)
b) $AB = |2 - (-1)| = |2 + 1| = 3$
c) $(1,1) ; (-1,1)$



2. a) $B = (8,3)$
 $D = (2,7)$
b) $AB = |8 - 2| = 6$
 $BC = |7 - 3| = 4 \dots$
ചുറ്റളവ് $= 2 (6 + 4) = 20 \text{ Unit}$



3. a) $(4,0)$
 $(0,4)$
 $(-4,0)$
 $(0,-4)$
b) $(4,4)$
 $(-4,4)$
 $(-4,-4)$
 $(4,-4)$



c) ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം = $|4 - (-4)| = 8$ Units

ചുറ്റളവ് = $4 \times 8 = 32$ units

4. a)

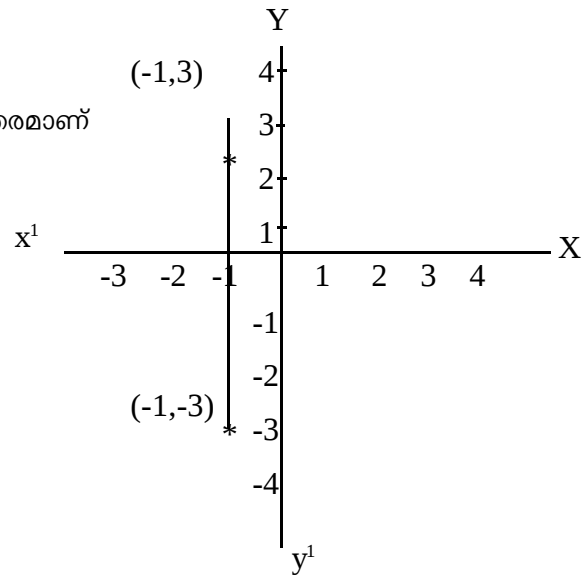
b) ഈ രേഖ Y - അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമാണ്

ഈ രേഖയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ

X സൂചകസംഖ്യകൾ -1 ആണ്

c) $|3 - (-3)| = 6$ Unit

d) (5,3), (5,3)



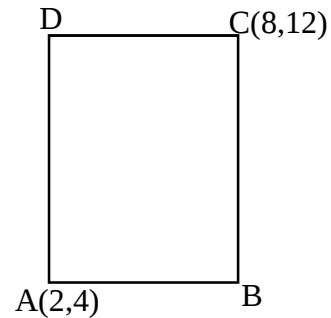
WORK SHEET -2

1. B (8,4)

D (2,12)

നീളം AB = $|8 - 2|$
= 6 unit

വീതി BC = $|12 - 4|$
= 8 unit



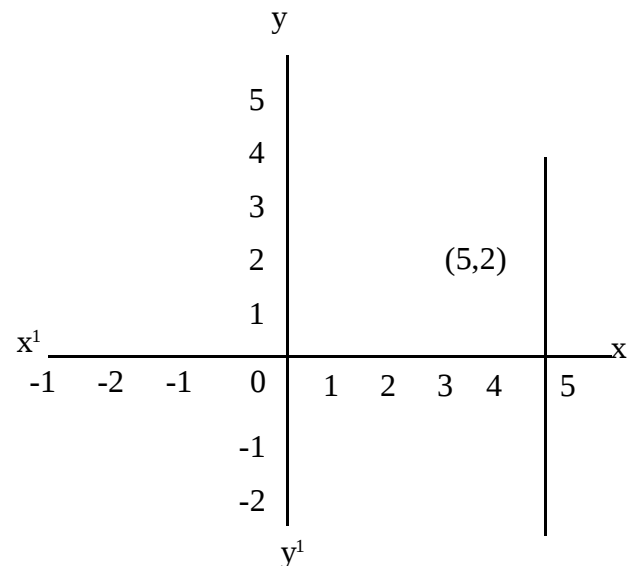
വികർണ്ണം = $AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ unit

2. x. അക്ഷമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകങ്ങൾ (5,0)

അകലം = $|2 - 0| = 2$ unit

ഈ വരയ്ക്ക് -y അക്ഷത്തിൽ നിന്നുമുള്ള അകലം

= 5 unit



3. a) വ്യാസം $= 2|3 - (-2)| = 2 \times 5 = 10 \text{ unit}$

b) $(0,8)$

4. കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു $(6,3)$

$(-4, 3); (6,3)$

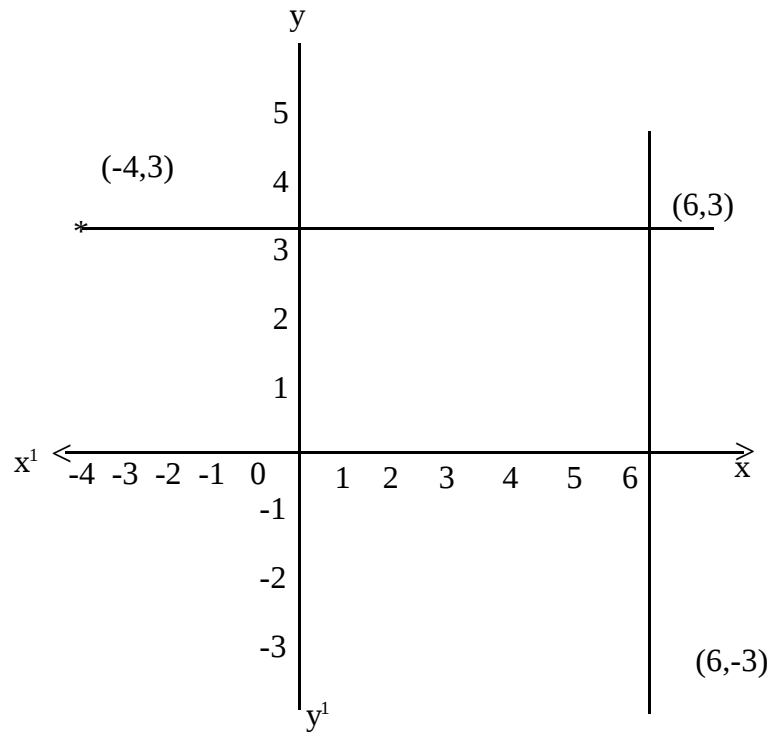
അകലം $= |6 - (-4)| = 10 \text{ unit}$

$(6,3), (6,-3)$ ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം $= |3 - (-3)| = 6 \text{ unit}$

$(-4,3)$ എന്ന ബിന്ദുവാണു വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടിയ

$(6,3)$ എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നു കൂടുതൽ

അകലത്തിലുള്ളത്.



5. OP $|4-0| = 4 \text{ unit}$

OA $= |-8-0| = 8 \text{ unit}$

OA x OB = OP²

8x OB = 4²

OB = 16/8 = 2

B യുടെ സ്ഥലം സംഖ്യകൾ $= (2,0)$

Chapter 7

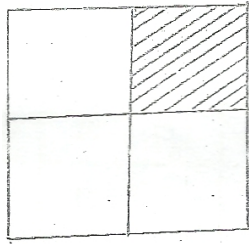
സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

ഈ അദ്ധ്യായത്തിലൂടെ

- കൃത്യമായി ഫലം പ്രവചിക്കാൻ കഴിയാത്ത സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതകളുടെ ഏറ്റക്കുറച്ചിലിനെ തന്നെ സംഖ്യകളാക്കി താരതമ്യം ചെയ്യാം
- ഒരു പ്രവൃത്തിയുടെ ഫലങ്ങൾ പലതത്തിൽ സംഭവിക്കാവുന്ന സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഒരു നിശ്ചിത സംഭവത്തിന്റെ സാധ്യതയെന്നത് അതിന് അനുകൂലമായ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം ആകെ ഉണ്ടാകുന്ന ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് എന്നതാണ്
- A എന്ന കൂട്ടത്തിൽ 'm' അംഗങ്ങളും, B എന്ന കൂട്ടത്തിൽ 'n' അംഗങ്ങളും ഉണ്ടെങ്കിൽ രണ്ടു കൂട്ടത്തിൽ നിന്നും ഓരോ അംഗങ്ങൾ വരുന്ന ആകെ ജോടികളുടെ എണ്ണം $m \times n$ ആയിരിക്കും.

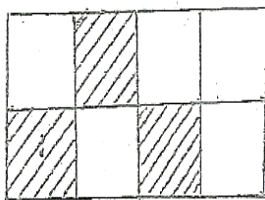
ചില പ്രവർത്തനങ്ങൾ

1. ചിത്രത്തിലെ വലിയ ചതുരത്തിനകത്ത് കണ്ണടച്ചുകൊണ്ടൊരു കുത്തിട്ടാൽ കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് കുത്ത് വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

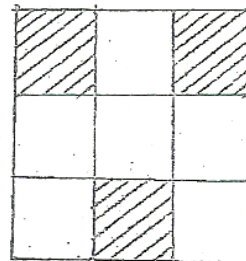


Ans : $\frac{1}{4}$

2



ചതുരം 1



ചതുരം 2

ഏത് ചതുരത്തിനുള്ളിൽ കണ്ണടച്ചുകൊണ്ട് കുത്തിട്ടാലാണ് കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് കുത്ത് വീഴാൻ സാധ്യത കൂടുതൽ ?

Ans : ചതുരം 1 ൽ കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് കുത്ത് വീഴാനുള്ള സാധ്യത $\frac{3}{8}$

ചതുരം 2 ൽ കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് കുത്തുവീഴാനുള്ള സാധ്യത $\frac{3}{9}$

$$\frac{3}{8} = \frac{27}{72}, \quad \frac{3}{9} = \frac{24}{72}$$

ചതുരം 1 ൽ കുത്തിട്ടാലാണ് കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് കുത്തുവീഴാൻസാധ്യത കൂടുതൽ

3. ഒരു പകിട എറിഞ്ഞാൽ ഇരട്ട സംഖ്യകിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എന്ത് ?

പകിട എറിഞ്ഞാൽ വരാവുന്ന ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 3

Ans :

ആകെ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 6

ഇരട്ട സംഖ്യകിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{3}{6}$

4. ഒരു ചെപ്പിൽ 6 കറുത്ത മുത്തുകളും, 4 വെളുത്ത മുത്തുകളുമുണ്ട് ഇതിൽ നിന്നും കണ്ണടച്ചു കൊണ്ട് ഒരു മുത്തെടുത്താൽ അത് വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

Ans :

വെളുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = 4

ആകെ മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = 10

വെളുത്ത മുത്തുകിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{4}{10}$

5. 20 മുതൽ 40 വരെയുള്ള ഏതെങ്കിലും ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യ പറഞ്ഞാൽ അത്

എ) 5 - ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

ബി) ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

സി) ഇരട്ട സംഖ്യ ആകാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

Ans :

- a) 5 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ = 20,25,30,35,40

5 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ എണ്ണം = 5

ആകെ സംഖ്യകൾ = 21

5 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{5}{21}$

- b) ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 11

ഇരട്ട സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{11}{21}$

- c) ഇരട്ട സംഖ്യയല്ലാത്ത സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 10

ഇരട്ട സംഖ്യ ആകാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{10}{21}$

6. ഒരു പെട്ടിയിൽ 1 മുതൽ 5 വരെയുള്ള ഓരോ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ എഴുതിയ കടലാസ് കഷണങ്ങളും മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 6 മുതൽ 10 വരെയുള്ള ഓരോ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ എഴുതിയ കടലാസ് കഷണങ്ങളും ഇട്ടിട്ടുണ്ട്. രണ്ടു പെട്ടികളിൽ നിന്നും ഓരോ കടലാസ് കഷണങ്ങൾ എടുത്താൽ

- a) തുക 8 വരാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
- b) തുക 12 നെക്കാൾ കൂടുതൽ വരാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
- c) തുക എത്ര വരാനാണ് ഏറ്റവും കൂടുതൽ സാധ്യത ?

	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11
7	8	9	10	11	12
8	9	10	11	12	13
9	10	11	12	13	14
10	11	12	13	14	15

Ans : എ) തുക 8 വരുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ = 2
ആകെ സന്ദർഭങ്ങൾ = 25

$$\text{തുക 8 വരാനുള്ള സാധ്യത} = \frac{2}{25}$$

ബി) തുക 12 നെക്കാൾ കൂടുതൽ വരുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ = 6

$$\text{തുക 12 നെക്കാൾ കൂടുതൽ വരാനുള്ള സാധ്യത} = \frac{6}{25}$$

സി) തുക 11 വരാനാണ് ഏറ്റവും കൂടുതൽ സാധ്യത

7. ഒരു കുട്ടയിൽ 30 മാങ്ങയുണ്ട്. അതിൽ 10 എണ്ണം പഴുത്തിട്ടില്ല. മറ്റൊരു കുട്ടയിൽ 20 മാങ്ങയുണ്ട്. അതിൽ 5 എണ്ണം പഴുത്തിട്ടില്ല. ഓരോ കുട്ടയിൽ നിന്നും ഓരോ മാങ്ങ വീതമെടുത്താൽ

എ) രണ്ടും പഴുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

ബി) രണ്ടും പഴുക്കാത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

സി) ഒന്നെങ്കിലും പഴുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

Ans: a) ആകെ മാങ്ങാ ജോടികളുടെ എണ്ണം = $30 \times 20 = 600$

ഒന്നാമത്തെ കുട്ടയിലെ പഴുത്ത മാങ്ങകളുടെ എണ്ണം = 20

രണ്ടാമത്തെ കുട്ടയിലെ പഴുത്ത മാങ്ങകളുടെ എണ്ണം = 15

രണ്ടും പഴുത്ത മാങ്ങാ ജോടികളുടെ എണ്ണം = $20 \times 15 = 300$

$$\therefore \text{രണ്ടും പഴുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത} = \frac{300}{600} = \frac{1}{2}$$

b) രണ്ടാം പഴുക്കാത്ത മാങ്ങ ജോടികളുടെ എണ്ണം = $10 \times 5 = 50$

രണ്ടാം പഴുക്കാത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{50}{600} = \frac{1}{12}$

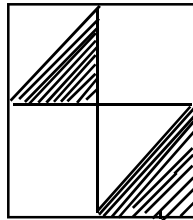
c) ഒന്നുമാത്രം പഴുത്ത ജോടികളുടെ എണ്ണം = $10 \times 15 + 20 \times 5 = 250$

ഒന്നെങ്കിലും പഴുത്ത ജോടികളുടെ എണ്ണം = $250 + 300 = 550$

ഒന്നെങ്കിലും പഴുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{550}{600} = \frac{11}{12}$

വർക്ക് ഷീറ്റ് 1

1.



ചിത്രത്തിലെ വലിയ ചതുരത്തിനകത്ത് നോക്കാതെ കുത്തിട്ടാൽ

a) കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് കുത്ത് വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

b) കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് കുത്ത് വീഴാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

2 10 നെക്കാൾ ചെറിയ ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യ പറഞ്ഞാൽ അത് ഇരട്ട സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത് ?

3 1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള ഏതെങ്കിലും ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യ പറഞ്ഞാൽ അതിന്റെ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്ത് പൂജ്യം വരാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

4 ഒരു ആപ്പിൾ കച്ചവടക്കാരൻ വച്ചിരിക്കുന്ന 100 ആപ്പിളുകളിൽ 15 എണ്ണം കേടുവന്നതാണ്. ഈ 100 ആപ്പിളുകളുടെ കൂട്ടത്തിൽ നിന്ന് ഒന്നെടുത്താൽ അത് കേടില്ലാത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

5 ഒരു പെട്ടിയിൽ 5 ചുവന്ന പന്തുകളും 7 വെളുത്ത പന്തുകളും 8 പച്ച പന്തുകളുമുണ്ട്. കണ്ണടച്ചു കൊണ്ട് പെട്ടിയിൽ നിന്ന് ഒരു പന്തെടുത്താൽ

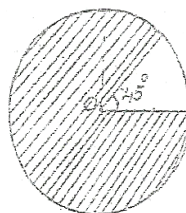
a) ചുവന്ന പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

b) കറുത്ത പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്ര

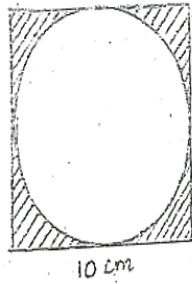
c) വെളുത്ത പന്ത് കിട്ടാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

6 ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ

..... (0 വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്)



2. ചിത്രത്തിലെ സമചതുരത്തിനുള്ളിൽ നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് കുത്ത് വീഴാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?



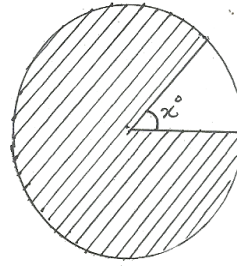
8. 25 നെക്കാൾ ചെറിയ ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യപറഞ്ഞാൽ അത് അഭാജ്യസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
9. 50 നും 100 നും ഇടയ്ക്കുള്ള ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യപറഞ്ഞാൽ അത്
- 5 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
 - ഇരട്ട സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര
 - ഒറ്റ സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
10. ഒരു പകിട രണ്ട് തവണ എറിയുമ്പോൾ
- രണ്ടു തവണയും 5 വരാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
 - ഒരു തവണപോലും 5 വരാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
 - ഒരു തവണയെങ്കിലും 5 വരാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

WORK SHEET 2

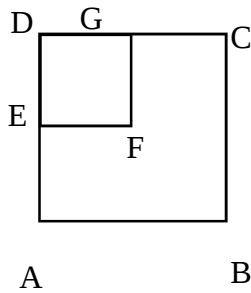
- ഒരു പെട്ടിയിൽ 6 കറുത്ത പന്തുകളും 4 ചുവന്ന പന്തുകളുമുണ്ട്. ഈ പെട്ടിയിൽ രണ്ട് നിറത്തിലുള്ള ഓരോ പന്തുകൾ കൂടി നിക്ഷേപിച്ചാൽ കറുത്ത പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത കൂടുമോ ? കറുയുമോ? ചുവന്ന പന്തിന്റേയോ ?
- രണ്ടു കുട്ടികൾ ചേർന്നുള്ള ഒരു കളിയിൽ ഓരോരുത്തരും 1 മുതൽ 5 വരെയുള്ള ഒരു സംഖ്യ പറയുന്നു. രണ്ട് പേരും പറയുന്ന സംഖ്യകളുടെ തുക 6 കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എന്ത് ?
- രണ്ട് പകിടകൾ ഒരുമിച്ചെറിഞ്ഞാൽ രണ്ടിലും കാണുന്ന സംഖ്യകളുടെ തുക 8, 9 ഇവയിലേതെങ്കിലും കിട്ടുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
- ഒരു ചെപ്പിൽ കറുത്തതും വെളുത്തതുമായ ഓരോ മുത്തുകൾ ഉണ്ട്. മറ്റൊരു ചെപ്പിൽ രണ്ട് കറുത്തമുത്തും 1 വെളുത്തമുത്തുമുണ്ട്. രണ്ട് ചെപ്പിൽ നിന്നും ഓരോ മുത്തുകൾ വീതമെടുത്താൽ
 - രണ്ടു കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
 - രണ്ടും വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര
 - ഒരേണ്ണം മാത്രം കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
 - ഒരേണ്ണമെങ്കിലും കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
 - ഒരേണ്ണമെങ്കിലും വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

5. ആകെ 20 മുത്തുകളുള്ള ഒരു ചെപ്പിൽ x വെളുത്ത മുത്തുകളുണ്ട്
- a) ഈ ചെപ്പിൽ നിന്നും ഒരു മുത്തെടുത്താൽ അത് വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
- b) 10 വെളുത്ത മുത്തുകൾ കൂടി ചെപ്പിലിട്ടപ്പോൾ വെളുത്ത മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത 4
..... x ന്റെ വില എന്ത് ?

6. ചിത്രത്തിലെ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ അത് കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് വരാനുള്ള സാധ്യത $\frac{9}{10}$ ആയാൽ x ന്റെ അളവെന്ത് ?



7.



ചിത്രത്തിൽ ABCD, DE FG ഇവ സമചതുരങ്ങളാണ്. വലിയ സമചതുരത്തിനു ഉള്ളിൽ, നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ അത് ചെറിയ സമചതുരത്തിനുള്ളിൽ ആകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{1}{9}$

ആണ് ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 8 യൂണിറ്റ് ആയാൽ വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക?

8. ഒരു സഞ്ചിയിൽ കുറെ വെളുത്ത പന്തുകളും, കുറെ ചുവന്ന പന്തുകളുമുണ്ട്. ആകെ 45 പന്തുകളുണ്ട്. സഞ്ചിയിൽ നിന്ന് ഒരു പന്തെടുത്താൽ അത് വെളുത്ത പന്താകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{2}{9}$ ആണെങ്കിൽ

- a) വെളുത്ത പന്തുകളുടെ എണ്ണം എത്ര ?
- b) സഞ്ചിയിൽ നിന്ന് 5 വെളുത്ത പന്തുകളും, 5 ചുവന്ന പന്തുകളും എടുത്തു മാറ്റിയശേഷം ഒരു പന്തെടുത്താൽ അത് ചുവന്നതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?
9. ഒരു പെട്ടിയിൽ കുറെ കറുത്ത മുത്തുകളും കുറെ വെളുത്ത മുത്തുകളുമുണ്ട്. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ കുറെ കറുത്ത മുത്തുകളും , കുറെ വെളുത്തമുത്തുകളും ഉണ്ട് ഓരോ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഓരോ മുത്ത് വീതമെടുത്താൽ രണ്ടും വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{1}{10}$ ആണ് എങ്കിൽ ഒരേണ്ണ മെങ്കിലും കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര ?

ANSWERS

WORK SHEET 1

1. (a) $\frac{2}{8}$
 (b) $\frac{6}{8}$
2. 10 നേക്കാൾ ചെറിയ ഇരട്ട എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ = 2,4,6,8
 ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 4
 ആകെ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 9
 ഇരട്ട സംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{4}{9}$
3. ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്ത് പുഷ്പം വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 10
 ആകെ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 100
 ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്ത് പുഷ്പം വരാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$
4. കേടില്ലാത്ത ആപ്പിളുകളുടെ എണ്ണം = 85
 ആകെ ആപ്പിളുകളുടെ എണ്ണം = 100
 കേടില്ലാത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{85}{100}$
5. a) ചുവന്ന പന്തുകളുടെ എണ്ണം = 5
 ആകെ പന്തുകളുടെ എണ്ണം = 20
 ചുവന്ന പന്തുകിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{5}{20}$
 b) കറുത്ത പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = 0
 c) വെളുത്ത പന്ത് കിട്ടാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{13}{20}$

ANSWERS

WORKSHEET - 2

6. വൃത്തത്തിന്റെ $\frac{7}{8}$ ഭാഗമാണ് കറുപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത്
 കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് കൂത്ത് വീഴാനുള്ള സാധ്യത $\frac{7}{8}$

7. സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $10^2 = 100$ ചതുരശ്ര യൂണിറ്റ്
 വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\pi \times 5^2 = 25\pi$ ച: യൂണിറ്റ്
 കുറുപ്പിച്ച ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= 100 - 25\pi$
 $= 100 - 25 \times 3.14$
 $= 100 - 78.5$
 $= 21.5 \text{ cm}^2$
 $\therefore$ കുറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് കൂത്ത് വീഴാനുള്ള സാധ്യത $\frac{215}{100} = \frac{215}{1000} = \frac{43}{200}$

8. 25 നേക്കാൾ ചെറിയ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 24
 അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 9

$\therefore$ അഭാജ്യ സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$

9. a) 50 നും 100 നും ഇടയ്ക്കുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 49
 ഇവയിൽ 5 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ എണ്ണം = 9

$\therefore$ 5 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{9}{49}$

b) ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{24}{49}$

c) ഒറ്റ സംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത =

10. a) രണ്ട് തവണയും 5 വരാനുള്ള സാധ്യത $\frac{1}{36}$

b) ഒരു തവണ പോലും 5 വരാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{25}{36}$

c) ഒരു തവണയെങ്കിലും 5 വരാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{11}{36}$

WORK SHEET 2

1. കറുത്ത പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{6}{10}$

ചുവന്ന പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{4}{10}$

ഓരോ പന്തുകൾ കൂടി നിക്ഷേപിച്ചാൽ

കറുത്ത പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{7}{12}$

ചുവന്ന പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{5}{12}$

$$\frac{6}{10} > \frac{7}{12} > \frac{5}{12} > \frac{4}{10}$$

∴ കറുത്ത പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത കുറയും. ചുവന്ന പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത കൂടും.

2. തുക 6 കിട്ടുന്ന സന്ദർഭങ്ങളുടെ എണ്ണം = 5

ആകെ സന്ദർഭങ്ങളുടെ എണ്ണം = 25

തുക 6 കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{5}{25}$

	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	⑥
2	3	4	5	⑥	7
3	4	5	⑥	7	8
4	5	⑥	7	8	9
5	⑥	7	8	9	10

3. തുക 8,9, ഇവയിലേതെങ്കിലും കിട്ടുന്ന സന്ദർഭങ്ങളുടെ എണ്ണം = 9

ആകെ സന്ദർഭങ്ങളുടെ എണ്ണം = 36

തുക 8,9 ഇവയിലേതെങ്കിലും കിട്ടുന്നതിനുള്ള സാധ്യത $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	⑧
3	4	5	6	7	⑧	9
4	5	6	7	⑧	9	10
5	6	7	⑧	9	10	11
6	7	⑧	9	10	11	12

4. a) രണ്ടാം കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{2}{6}$
- b) രണ്ടാം വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{1}{6}$
- c) ഒരേണ്ണം മാത്രം കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{3}{6}$
- d) ഒരേണ്ണം മാത്രം വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{3}{6}$
- e) ഒരേണ്ണമെങ്കിലും വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{4}{6}$
- f) ഒരേണ്ണമെങ്കിലും കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{5}{6}$

5. a) വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{x}{20}$
- b) 10 വെളുത്ത മുത്തുകൾ കൂടി ചെപ്പിലിട്ടാൽ വെളുത്ത മുത്തുകളുടെ എണ്ണം $= 8 + 10$
ആകെ മുത്തുകളുടെ എണ്ണം $= 30$

ഇപ്പോൾ വെളുത്ത മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത

$$= \frac{x+10}{30}, 4 \times \frac{x}{20} = \frac{x+10}{30}, \frac{x}{5} = \frac{x+10}{30}$$

$$30x = 5(x+10)$$

$$30x - 5x = 50$$

$$25x = 50$$

$$x = 2$$

6. കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് കൂത്ത് വീഴാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{1}{10}$

$$\therefore x = 360^\circ \text{ ന്റെ } \frac{1}{10} \text{ ന്റെ ഭാഗം}$$

$$= 360^\circ \times \frac{1}{10}$$

$$= 36^\circ$$

7. ചെറിയ സമചതുരത്തിനുള്ളിൽ കൂത്ത് വീഴാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{1}{9}$

$$\therefore \text{ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്} = \text{വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ } \frac{1}{9} \text{ ഭാഗം}$$

$$\therefore \text{ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്} = 8 \text{ യൂണിറ്റ്}$$

$$\therefore \text{ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം} = \frac{8}{4} = 2 \text{ യൂണിറ്റ്}$$

$$\therefore \text{ വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ വശം} = 382 = 6 \text{ യൂണിറ്റ്}$$

$$\therefore \text{ വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്} = 486 = 24 \text{ യൂണിറ്റ്}$$

$$8. \quad a) \quad \text{വെളുത്ത പന്താകാനുള്ള സാധ്യത} = \frac{2}{9}$$

$$\text{വെളുത്ത പന്തുകളുടെ എണ്ണം} = 45 \times \frac{2}{9} = 10$$

$$b) \quad \text{ചുവന്ന പന്തുകളുടെ എണ്ണം} = 45 - 10 = 35$$

$$5 \text{ പന്തുകൾ വീതം എടുത്തുമാറ്റിയാൽ ശേഷിക്കുന്ന ചുവന്ന പന്തുകളുടെ എണ്ണം} = 30$$

$$\text{ആകെ പന്തുകളുടെ എണ്ണം} = 35$$

$$\text{ഇപ്പോൾ ഒരു പന്തെടുത്താൽ അത് ചുവന്നതാകാനുള്ള സാധ്യത} = \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$$

$$9. \quad \text{ആകെ സാധ്യത} = 1$$

ഒരേണ്ണമെങ്കിലും കറുത്തതാകുക എന്നതിന്റെ അർത്ഥം രണ്ടും വെളുത്തതല്ലാ എന്നാണ്

ഒരേണ്ണമെങ്കിലും കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത

$$= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

CHAPTER 8

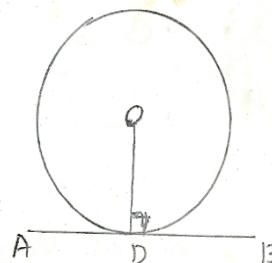
തൊടുവരകൾ

ഈ അദ്ധ്യായത്തിലൂടെ

- * ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ മാത്രം തൊടുന്ന വരകളാണ് തൊടുവരകൾ.
- * ഒരു വൃത്തത്തിലെ തൊടുവരയും, തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ആരവും പരസ്പരം ലംബമാണ്.

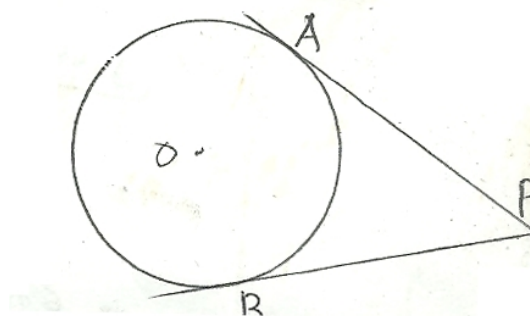
$$OD \perp AB$$

$$\angle ADO = \angle BDO = 90^\circ$$

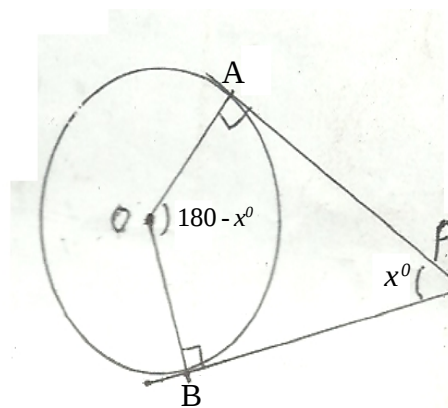


- * ഒരു വൃത്തത്തിന് വെളിയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാം. അവ തുല്യനീളം ഉള്ളവയാണ്.

$$PA = PB$$



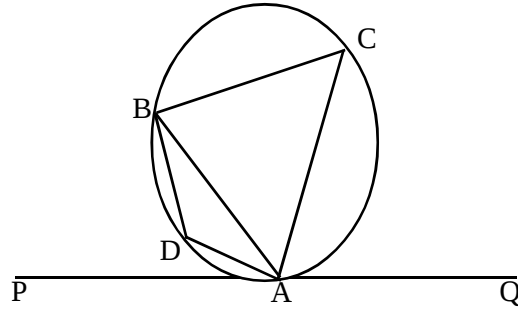
- * ഒരു വൃത്തത്തിന് വെളിയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വരയ്ക്കുന്ന രണ്ട് തൊടുവരകളും തൊടു ബിന്ദുക്കളിലെ ആരങ്ങളും ചേർന്നുണ്ടാക്കുന്ന ചതുർഭുജം ഒരു ചക്രിയ ചതുർഭുജമാണ്.



ചതുർഭുജം PAOB ഒരു ചക്രിയ ചതുർഭുജമാണ്

$$\angle P = x^\circ \text{ ആയാൽ } \angle AOB = 180 - x^\circ$$

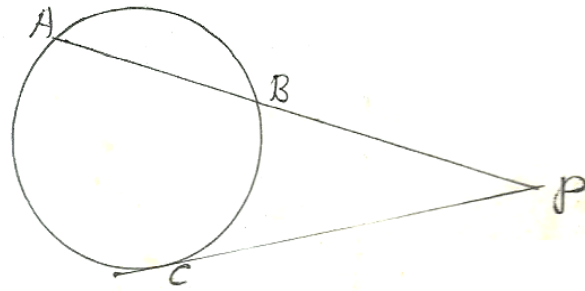
- * ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണും അതിന്റെ ഒരു അഗ്ര ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊട്ടുവരയും നിർണ്ണയിക്കുന്ന ഓരോ കോണും അതിന്റെ മറുഭാഗത്തുള്ള വൃത്ത ഖണ്ഡത്തിലെ കോണിന് തുല്യമാണ്.



$$\angle PAB = \angle ACB$$

$$\angle QAB = \angle ADB$$

- * ഒരു വൃത്തത്തിലെ AB എന്ന ഞാൺ പുറത്തേക്ക് നീട്ടിയതും C എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊട്ടുവരയും P എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിക്കുകയാണെങ്കിൽ $PA \times PB = PC^2$ ആയിരിക്കും.



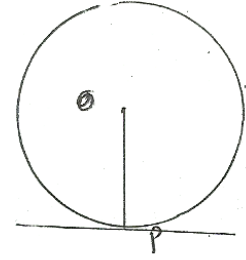
- * ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളെയും തൊടുന്ന വൃത്തമാണ് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം. ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകളുടെ സമഭാജി വൃത്തകേന്ദ്രത്തെ നിർണ്ണയിക്കുന്നു. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശത്തേക്കുള്ള ലംബദൂരമാണ് ആരം.

നിർമ്മിതികൾ

- 1 2 cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂടി ഒരു തൊടുവര വരയ്ക്കുക ?

വരയ്ക്കുന്ന വിധം

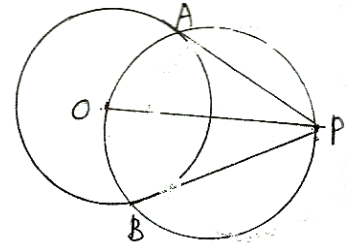
- 2cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക
- ആരം OP വരയ്ക്കുക
- P യിൽ കൂടി OP യ്ക്ക് ലംബം വരയ്ക്കുക



- 2 3 cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 6 cm അകലെ ഉള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക . അവയുടെ നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക ?

വരയ്ക്കുന്ന വിധം

- 3cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക
- കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 6 cm അകലത്തിൽ ഒരു ബിന്ദു P അടയാളപ്പെടുത്തുക
- OP യുടെ മധ്യലംബം വെച്ച് മധ്യബിന്ദു M കണ്ടുപിടിക്കുക.
- M കേന്ദ്രമായി OP വ്യാസമായി ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക.
- ഈ വൃത്തം ആദ്യത്തെ വൃത്തത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ A,B
- PA, PB ഇവ യോജിപ്പിക്കുക
- ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക



- 3 ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം 3 സെ.മീ ആണ് ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകൾ 40° , 60° ആയാൽ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക

അറിയേണ്ടത്

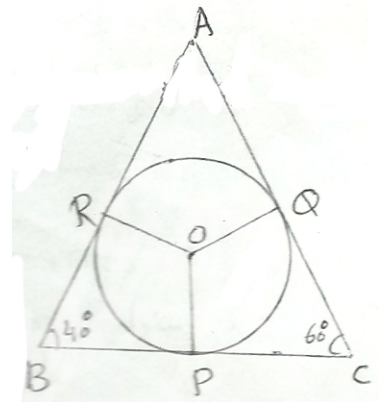
$$\angle POR + \angle B = 180^\circ$$

$$\angle POR = 180 - 40 = 140^\circ$$

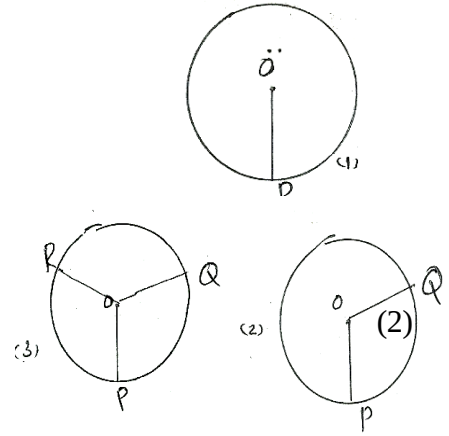
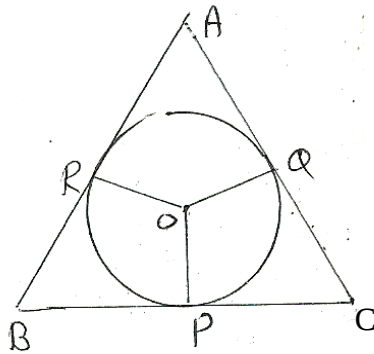
$$\text{ഇതുപോലെ } \angle POQ = 120^\circ$$

വരയ്ക്കുന്ന വിധം

- 3cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക ?
- ആരം OP വരയ്ക്കുക
- O യിൽ നിന്നും 120° അളന്ന് Q കണ്ടുപിടിയ്ക്കുക



- വീണ്ടും 140° അളന്ന് R കണ്ടെത്തുക.
- P, Q, R ഈ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.
- ഈ തൊടുവരകൾ നീട്ടിയോജിപ്പിച്ചാൽ
ത്രികോണം ABC കിട്ടും



- 4 4cm ആരത്തിൽ ഒരു വൃത്തം വരച്ച് വശങ്ങളെല്ലാം അതിനെ തൊടുന്ന ഒരു സമപഞ്ചഭുജം വരയ്ക്കുക.

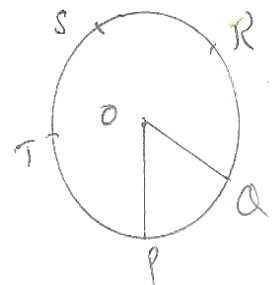
അറിയേണ്ടത്

വൃത്തത്തെ 5 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കി ആ 5 ബിന്ദുക്കളിൽകൂടി തൊടുവര വരയ്ക്കണം

വൃത്തത്തെ 5 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കാൻ $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ അളക്കണം

വരയ്ക്കുന്ന വിധം

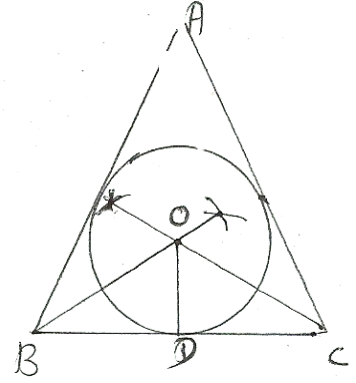
- 4 cm ആരത്തിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കുക. OP ആരം വരയ്ക്കുക. ?
- O യിൽ നിന്നും 72° അളന്ന് Q കണ്ടുപിടിയ്ക്കുക.
- കോമ്പസ്സിൽ PQ അളന്ന് വൃത്തത്തിൽ ചാപങ്ങൾ വരച്ചാൽ R, S, T ഈ ബിന്ദുക്കൾ കിട്ടും
- P, Q, R, S, T ഈ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി തൊടുവരകൾ വരച്ച് സമ പഞ്ചഭുജം പൂർത്തിയാക്കുക.



- 5 വശങ്ങളുടെ നീളം 5 സെ.മീ. 6 സെ.മീ, 7 സെ.മീ വീതം നീളമുള്ള ത്രികോണം വെച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക.

വരയ്ക്കുന്ന വിധം

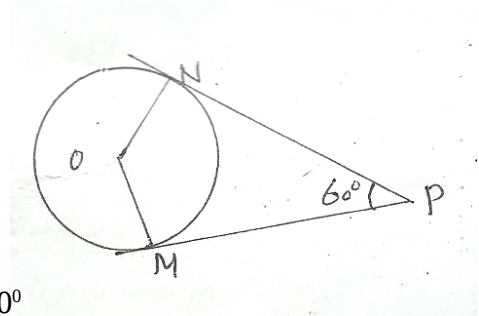
- 5 സെ.മീ. 6 സെ.മീ, 7 സെ.മീ വീതം നീളമുള്ള ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കുക
- കോണിന്റെ സമഭാജിയിലായിരിക്കും വൃത്തകേന്ദ്രം
- $\angle B, \angle C$ ഇവയുടെ സമഭാജികൾ വരയ്ക്കുക
- സമഭാജികൾ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു 'O'
- O യിൽ നിന്ന് BC യ്ക്ക് ലംബം OD വരയ്ക്കുക
- O കേന്ദ്രമായി OD ആരമായി അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക



ചില പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- 1 ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം O, ആരം 4 സെ.മീ, $\angle P = 60^\circ$ ആയാൽ $\angle M, \angle N, \angle MON$ ഇവയുടെ അളവുകൾ കണ്ടുപിടിയ്ക്കുക

Ans: $\angle M = \angle N = 90^\circ$
 $\angle P + \angle MON = 180^\circ$
 $\angle MON = 180 - 60 = 120^\circ$



2. 9cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ടുതൊടുവരകളാണ് PA, PB

- $PA = 12\text{cm}$ ആയാൽ ജന്മ നീളം എത്ര ?
- കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും P എന്ത് അകലത്തിലായിരിക്കും ?

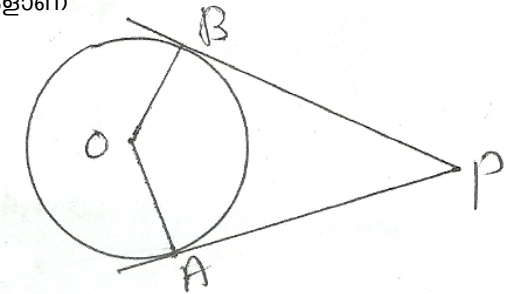
Ans : $PA = PB = 12\text{cm}$

OP യോജിപ്പിച്ചാൽ $\triangle OAP$ മട്ടത്രികോണം.

$$OP^2 = OA^2 + AP^2$$

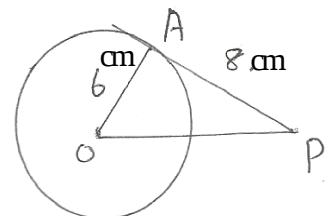
$$OP^2 = 9^2 + 12^2$$

$$OP = 15\text{ cm}$$



3. 6 cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന് വെളിയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വെച്ച ഒരു തൊടുവരയുടെ നീളം 8 സെ.മീ ആയാൽ ആ ബിന്ദു കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും എന്തകലത്തിലായിരിക്കും ?

Ans : $OP^2 = OA^2 + AP^2$
 $= 6^2 + 8^2$
 $OP = 10\text{ cm}$



4 ചിത്രത്തിൽ PA,PB ഇവ തൊടുവരകളാണ്

O വൃത്തകേന്ദ്രം $\angle APB = 100^\circ$

a) $\angle AOB$ കാണുക

b) $\angle ACB$ കാണുക

c) $\angle OAB, \angle OBA$ ഇവയുടെ അളവെന്ത് ?

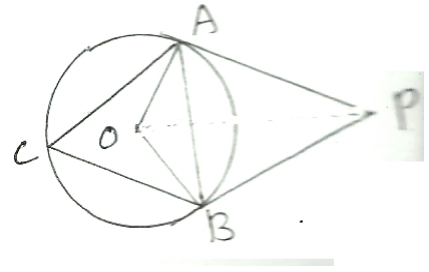
Ans : (a) $\angle AOB = 180 - \angle APB$

$$= 180 - 100 = 80^\circ$$

$$(b) \quad \angle ACB = \frac{1}{2} \times 80 = 40^\circ$$

(c) ΔOAB സമപാർശ്വത്രികോണം

$$\angle OAB = \angle OBA = \frac{180-80}{2} = 50^\circ$$



5. 3 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂടി ഒരു തൊടുവര വരയ്ക്കുക

Ans : നിർമ്മിതി

6. 3 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 സെ.മീ അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.

Ans : നിർമ്മിതി

7. ചിത്രത്തിൽ AB, BC, AC ഇവ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകളാണ്.

ΔPQR ന്റെ ശീർഷങ്ങൾ എല്ലാം വൃത്തത്തിലാണ്

$$\angle B = 50^\circ = \angle C = 70^\circ \quad \text{ആയാൽ}$$

ΔPQR ന്റെ കോണുകൾ കണ്ടുപിടിയ്ക്കുക

Ans : ത്രികോണം $\Delta ARQ, \Delta BPR, \Delta PCQ$ എന്നിവ സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളാണ്

$$\angle ARQ = \frac{180-60}{2} = 60^\circ$$

$\therefore \angle P = 60^\circ$ (ഞാണും, തൊടുവരയും നിർണ്ണയിക്കുന്ന കോണും, അതിന്റെ മറുഭാഗത്തെ വൃത്ത ഖണ്ഡത്തിലെ കോണം തുല്യം)

$$\angle BPR = \frac{180 - 50}{2} = 65^\circ$$

$$\therefore \angle Q = 65^\circ$$

$$\angle CPQ = \frac{180 - 70}{2} = 55^\circ$$

$$\therefore \angle R = 55^\circ \quad \text{OR}$$

$$\angle POR = 130^\circ$$

(ചാപം PQR ന്റെ കേന്ദ്രകോണം)

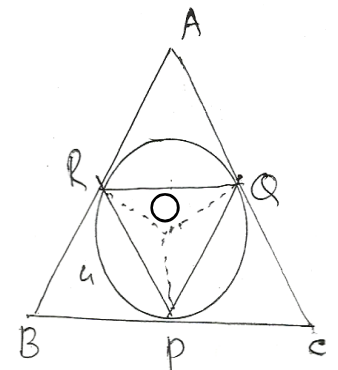
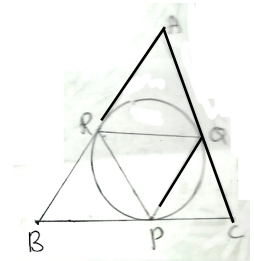
$$\angle Q = \frac{130}{2} = 65^\circ$$

$$\angle POQ = 110^\circ$$

$$= \angle R = 55^\circ$$

$$\angle ROQ = 120^\circ$$

$$= \angle P = 60^\circ$$



8. ചിത്രത്തിൽ $\angle APQ = 60^\circ$

a) $\triangle OPQ$ ന്റെ കോണുകൾ കാണുക ?

b) $\angle PRQ$ എത്ര ?

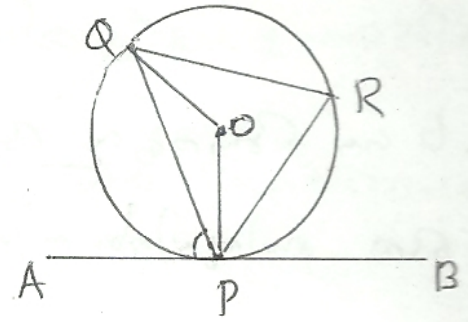
Ans : a) $\angle APO = 90^\circ$ $\triangle OPQ$ സമപാർശ്വത്രിക

$$\angle OPQ = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\angle OPQ = \angle OQP = 30^\circ$$

b) $\angle POQ = 180 - 60^\circ = 120^\circ$

$$\angle PRQ = 60^\circ$$

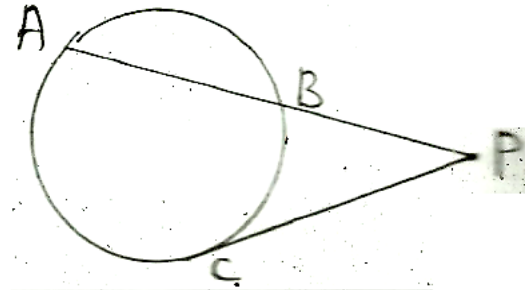


9. ചിത്രത്തിൽ $PC = 6$ cm, $PB = 3$ cm

ആയാൽ PA യുടെ നീളം കാണുക

Ans : $PA \times PB = PC^2$

$$PA = \frac{PC^2}{PB} = \frac{36}{3} = 12 \text{ cm}$$



10. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം 4 സെ.മീ, രണ്ടുകോണുകൾ 50° , 70° വീതവും ആണ്. ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

Ans : നിർമ്മിതി

Worksheet - 1

1. 8 cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 17 സെ.മീ അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവര വരയ്ക്കുന്നു. ഈ തൊടുവരയുടെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കുക

2. 5 സെ. മീ വശമുള്ള ഒരു സമഭുജത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർ വൃത്തം വരയ്ക്കുക.

3. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം PQ ഒരു തൊടുവര

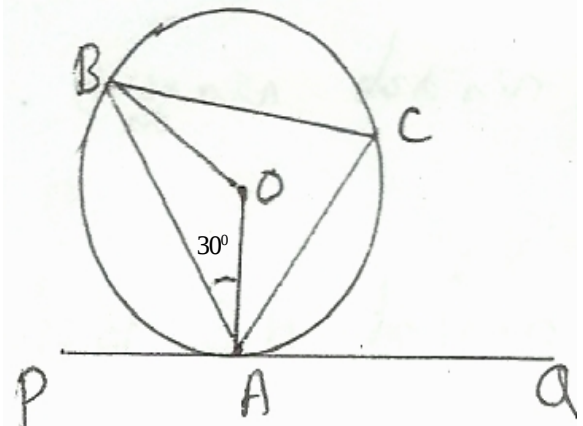
$$\angle OAB = 30^\circ \quad \text{ആയാൽ}$$

a) $\angle PAB$ കാണുക

b) $\angle ACB$ കാണുക

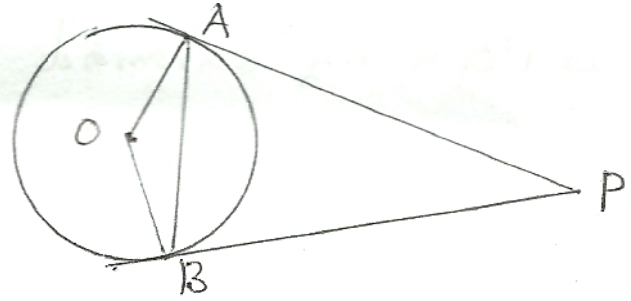
c) $\angle ABO$ എത്ര?

d) $\angle AOB$ എത്ര?



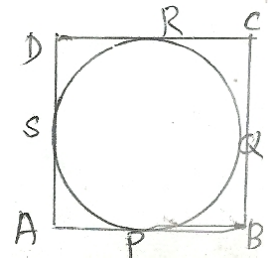
4. ചിത്രത്തിൽ $\angle AOB = 110^\circ$, PA, PB ഇവ തൊടുവരകൾ

- a) $\angle P$ കാണുക
b) $\angle PAB$ കാണുക
c) $\angle PBA$ കാണുക



5. 4 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 സെ.മീ അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.
6. 6 സെ.മീ വശമുള്ള ഒരു സമചതുരം വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക .

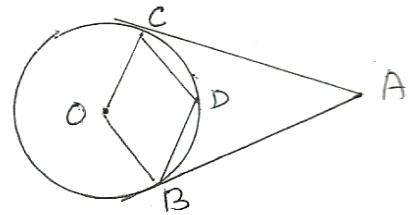
7. ചിത്രത്തിൽ AB, BC, CD, AD എന്നിവ യഥാക്രമം P, Q, R, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകളാണ്. ചതുർഭുജം ABCD യുടെ ചുറ്റളവ് $2(AP + BQ + CR + DS)$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



8. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം AB, AC തൊടുവരകളാണ്

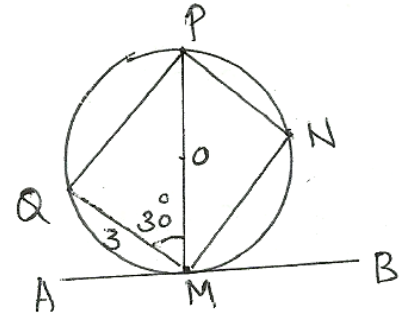
$\angle A = 70^\circ$ ആയാൽ

- a) $\angle BOC$ എത്ര?
b) $\angle BDC$ എത്ര?



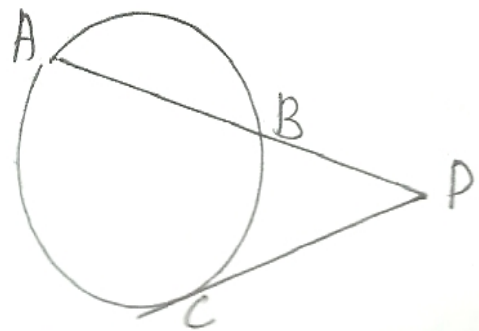
9. ചിത്രത്തിൽ PM വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം ഞാൺ QM ന്റെ നീളം 3 സെ.മീ ആയാൽ

- a) $\angle LQ, \angle N, \angle QPM$ എന്നിവ കണ്ടുപിടിയ്ക്കുക
b) QP യുടെ നീളം കാണുക
c) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കാണുക



10. ചിത്രത്തിൽ തൊടുവര PC യുടെ നീളം 12 സെ.മീ

PB=6cm, PA യുടെ നീളം കാണുക

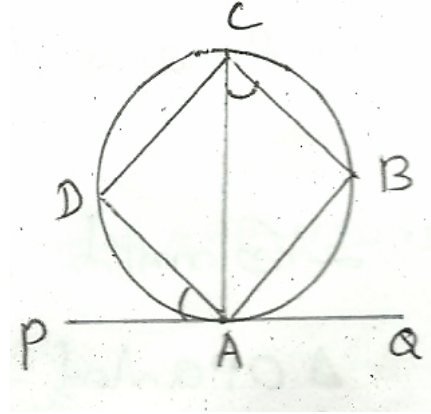


വർക്ക് ഷീറ്റ് - II

1. 9 cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് 40 സെ.മീ നീളമുള്ള ഒരു തൊടുവര വൃത്തത്തിലേക്ക് വരച്ചു എങ്കിൽ പുറത്തുള്ള ആ ബിന്ദു കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് എത്ര അകലത്തിലായിരിക്കും.

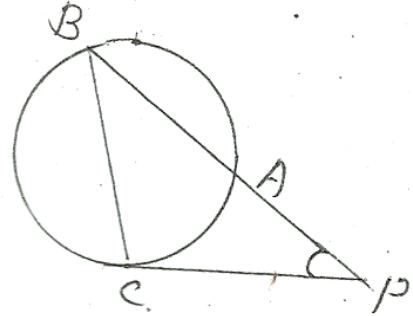
2. ചിത്രത്തിൽ AC വ്യാസമാണ്
 $\angle BCA = 25^\circ$ $\angle PAD = 30^\circ$

- $\angle ACD$ കാണുക
- $\angle ADC, \angle ABC$ ഇവ കാണുക
- $\angle DAC$ കാണുക
- $\angle BAC$ കാണുക
- $\angle BAQ$ കാണുക



3. 3 cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരച്ച് വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 സെ.മീ അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവര നിർമ്മിക്കുക. അവയുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക?

4. ചിത്രത്തിൽ $PA = 9\text{cm}$, $PB = 16\text{cm}$,
 $\angle P = 60^\circ$.ത്രികോണം PBC യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക?



5. 5cm അന്തർവൃത്ത ആരമുള്ള ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ 2 കോണുകൾ 60° 80° വീതമാണ്. ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

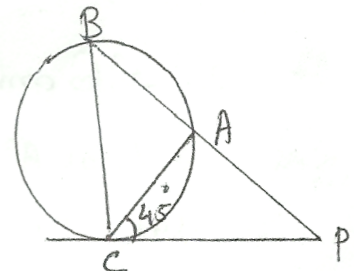
6. ത്രികോണം ABC യിൽ $AB = 6\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$, $\angle BAC = 50^\circ$ ഈ അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുക

7. ചിത്രത്തിൽ BC വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം

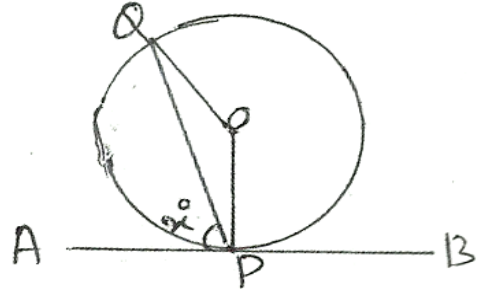
ഞാൺ AC യുടെ നീളം 5 സെ.മീ, $\angle ACP = 45^\circ$ ആയാൽ

- ത്രികോണം ABC, ത്രികോണം ACP ഇവയുടെ കോണുകൾ കണ്ടുപിടിയ്ക്കുക.

- PC യുടെ നീളം കാണുക



8. ചിത്രത്തിൽ $\angle APQ = x^\circ$ ആണെങ്കിൽ
 ΔOPQ വിന്റെ കോണുകൾ കാണുക ?

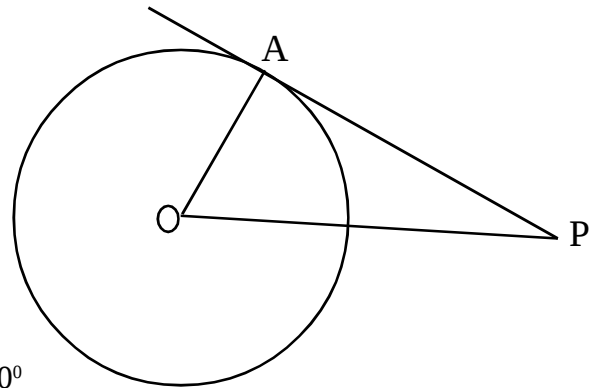


ഉത്തരങ്ങൾ Worksheet - 1

1. $AP^2 = OP^2 - OA^2$
 $= 17^2 - 8^2$
 $AP = 15 \text{ cm}$

2. നിർമ്മിതി

3. (a) $\angle PAB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$
 (b) $\angle ACB = 60^\circ$
 (c) $\angle ABO = 30^\circ$
 (d) $\angle AOB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$



4 (a) $\angle P = 180 - 110 = 70^\circ$

ΔPAB സമപാർശ്വത്രികോണം

(b) $\angle PAB = \angle PBA = \frac{180 - 70}{2} = 55^\circ$

5. നിർമ്മിതി

6. നിർമ്മിതി

7. ചിത്രത്തിൽ $AP = AS$ (തൊടുവരകൾ)

$PB = BQ$

$QC = RC$

$DR = DS$

ചുറ്റളവ് $= AB + BC + CD + DA$

$= (AP + BP) + (BQ + CQ) + (CR + DR) + (DS + AS)$

$= (AP + BQ) + (BQ + CR) + (CR + DS) + (DS + AP)$

$= 2AP + 2BQ + 2CR + 2DS$

$= 2(AP + BQ + CR + DS)$

8. (a) $\angle BOC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

$\angle BDC$ ചാപം BDC യുടെ ശീർഷ്ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതി

ചാപം BEC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ $= 360 - 110^\circ = 250^\circ$

$\angle BDC = 125^\circ$

9 (a) $\angle PMB = 90^\circ$

$\angle Q = 90^\circ$ (അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ)

$\angle N = 90^\circ$

$\angle MPQ = 60^\circ$

(b) ത്രികോണം PQM ന്റെ കോണുകൾ 30, 60, 90 ആയതിനാൽ അവയുടെ വശങ്ങൾ

$1 : \sqrt{3} : 2$

എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.

$QM = 3\text{cm}, QP = \frac{3}{\sqrt{3}}\text{cm}, PM = \frac{6}{\sqrt{3}}\text{cm}$

c) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= \frac{3}{\sqrt{3}}$

10 $PA \times PB = PC^2$

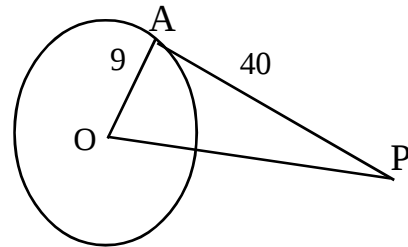
$PA = \frac{PC^2}{PB} = \frac{144}{6} = 24\text{cm}$

Worksheet II

1. $OP^2 = AP^2 + OA^2$

$= 9^2 + 40^2$

$OP = 41\text{cm}$



2. (a) $\angle ACD = 30^\circ$

(b) $\angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$ (അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോണുകൾ)

(c) $\angle DAC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

(d) $\angle BAC = 180^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

(e) $\angle BAQ = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$

3. നിർമ്മിതി

4. $PA \times PB = PC^2$

$PC^2 = 16 \times 9 = 144$

$PC = 12\text{cm}$

ത്രികോണം PBC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times PB \times PC \times \sin P$

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 12 \times \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 48\sqrt{3}\text{cm}^2$

5. നിർമ്മിതി

6. നിർമ്മിതി

7. $\angle ABC = 45^\circ$

$$\angle BCA = 45^\circ, \angle BAC = 90^\circ \text{ (അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ)}$$

$$\angle PAC = 180 - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\angle APC = 45^\circ$$

ത്രികോണം APCയുടെ കോണുകൾ $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ ആയതിനാൽ വശങ്ങൾ $1:1:\sqrt{2}$

എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും

$$AC = 5 \text{ cm ആയതിനാൽ } PC = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

8. $\angle APQ = x^\circ$

$$\angle OPQ = 90^\circ - x^\circ$$

$$\angle OQP = 90 - x^\circ \text{ (ത്രികോണം OPQ സമപാർശ്വത്രികോണം,}$$

$$\angle POQ = 180 - (90 - x^\circ + 90 - x^\circ)$$

$$= 180 - 90 + x^\circ - 90 + x^\circ$$

$$= 180 - 180 + 2x^\circ$$

$$\angle POQ = 2x^\circ$$

CHAPTER 9

ബഹുപദങ്ങൾ

ഈ അദ്ധ്യായത്തിലൂടെ

- 1 ഹാര്യം = ഹരണഫലം X ഹാരകം + ശിഷ്ടം

$$P(x) = (x - a) q(x) + r \text{ . (r ശിഷ്ടം)}$$
- 2 $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x-a)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ
 - * ശിഷ്ടം $p(a)$
 - * $p(a) = 0$ ആയാൽ $(x-a)$ ഘടകമാണ്.
 - * $p(a) \neq 0$ ആയാൽ $(x-a)$ ഘടകമല്ല
 - * $(x+a)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം = $P(-a)$
 - * $(ax+b)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം = $P\left(\frac{-b}{a}\right)$
 - * $(ax- b)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം = $P\left(\frac{b}{a}\right)$

ചില പ്രവർത്തനങ്ങൾ :

1. $P(x) = (x-1)(x^2+4x+12)+6$ ആയാൽ $x-1$ എന്ന ബഹുപദം $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകം ആകുമോ ? എന്തുകൊണ്ട്

$$P(x) = (x-1)(x^2+4x+12)+6$$

$$p(1) = (1-1)(1^2+4 \times 1+12)+6$$

$$= 0+6$$

$$= 6$$

$p(1) \neq 0$ ആയതുകൊണ്ട് $(x-1)$, $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം അല്ല

2. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബഹുപദങ്ങൾ ഓരോന്നും

$2x^3 - 3x^2 + 10x - 12$ എന്ന ബഹുപദത്തിന് ഘടകമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

$$(1) 2x + 1$$

$$(2) 3x - 1$$

Ans : (1) $2x+1$ എന്ന ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുന്നതിന് $p(-1/2)$ ന്റെ വില കണ്ടെത്തിയാൽ മതി

$$P(-1/2) = 2(-1/2)^3 - 3(-1/2)^2 + 10(-1/2) - 12 = -18 \neq 0$$

$(2x+1)$ എന്ന ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമല്ല.

$$(2) \quad 2\left(\frac{1}{3}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 10\left(\frac{1}{3}\right) - 12$$

$$= \frac{241}{27} \neq 0$$

$p(1/3) \neq 0$ ആയതുകൊണ്ട് $3x - 1$ എന്ന ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമല്ല.

3. x^3+4x^2-x-4 ന്റെ ഘടകമാണോ $x+1$, $x-1$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക

Ans : $P(x) = x^3 + 4x^2 - x - 4$

$$p(-1) = (-1)^3 + 4(-1)^2 - (-1) - 4 = 0$$

$x+1$ എന്ന ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് /

$$P(1) = 1^3 + 4(1)^2 - 1 - 4 = 0$$

$x-1$ എന്ന ബഹുപദവും $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ്.

4. $ax^3 + bx^2 + cx + d$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് x^2-1 എങ്കിൽ $a+c = b+d = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

Ans : $x^2 - 1$ ഘടകമാണെങ്കിൽ $x+1$, $x-1$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങൾ ഘടകങ്ങളായിരിക്കും.

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$x+1$ എന്ന ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമായതുകൊണ്ട് $P(-1) = 0$

$$a(-1)^3 + b(-1)^2 + c(-1) + d = 0$$

$$-a + b - c + d = 0$$

$$\therefore a + c = b + d \quad (1)$$

$(x-1)$ എന്ന ബഹുപദം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമായതുകൊണ്ട്

$$P(1) = 0$$

$$a(1)^3 + b(1)^2 + c(1) + d = 0$$

$$a + b + c + d = 0$$

$$a + c = b + d \quad \text{ആയതുകൊണ്ട്}$$

$$b + d + b + d = 0$$

$$2(b + d) = 0$$

$$\therefore (b + d) = 0$$

$$(1) \text{ ൽ നിന്നും } a + c = 0 \quad \therefore a + c = b + d = 0$$

5. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ ബഹുപദത്തോടും ഏതു സംഖ്യവീതം കൂട്ടിയാലാണ് $(x-1)$ എന്ന ബഹുപദം അവ ഓരോന്നിന്റെയും ഘടകമാവുക എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

Ans : (1) $2x^3 - 6x^2 + 8x$

(2) $x^3 - 2x^2 - 5x$

(3) $3x^3 - 4x^2 + 7x$

(4) $x^3 - 7x$

Ans: (1) $p(x) = 2x^3 - 6x^2 + 8x$

ഇവിടെ $p(1) = 2(1)^3 - 6(1)^2 + 8 = 4$

$p(1) = 0$ ആകുന്നതിന് -4 കൂട്ടണം

(2), (3), (4) പ്രവർത്തനങ്ങളിൽ ഈ മാർഗ്ഗം സ്വീകരിക്കാം

6. $x^3 + 5x^2 + kx - 8$ ന്റെ ഒരു ഘടകം $x-1$ എന്ന ബഹുപദമായാൽ k യുടെ വില എന്ത് ?

Ans : $p(x) = x^3 + 5x^2 + kx - 8$

$$p(1) = 1^3 + 5(1)^2 + k(1) - 8$$

$$= k - 2$$

$$x-1 \text{ നെ ഒരു ഘടകമായതുകൊണ്ട് } p(1) = 0$$

$$\therefore k - 2 = 0, k = 2$$

7. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബഹുപദങ്ങൾ ഓരോന്നിനെയും ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

(i) $x^2 + 6x + 8$

(ii) $x^2 - 9$

(iii) $x^2 + 2x + 1$

(iv) $x^2 - 6$

(v) $9x^2 + 30x + 25$

Ans: (i) $x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$

[Hint : $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$]

(ii) $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$

$[a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$

(iii) $x^2 + 2x + 1 = (x+1)(x+1)$

$[(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$

(iv) $x^2 - 6 = (x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})$

(v) $9x^2 + 30x + 25 = (3x+5)(3x+5)$

8. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ഏതെല്ലാം ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാമെന്ന് പരിശോധിക്കുക.

(i) $6x^2 + x - 1$

(ii) $2x^2 + 8x + 2$

(iii) $6x^2 - 11x + 3$

(iv) $x^2 + 8x + 7$

Ans: (i) $6x^2 + x - 1 = 0$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

i) $a = 6, b = 1, c = -1$

$$x = -1 \pm \frac{\sqrt{1+24}}{12}$$

$$= \frac{-1 \pm 5}{12} = \frac{1}{3} \text{ or } -\frac{1}{2}$$

അതായത് $6x^2 + x - 1$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $3x - 1, 2x + 1$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാം.

(ii) $2x^2 - 8x + 2 = 0$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{48}}{4} = 2 \pm \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}$$

$2x^2 - 8x + 2$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x - 2 - \sqrt{3}), (x - 2 + \sqrt{3})$

എന്നീ ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാം

(iii) $6x^2 - 11x + 3 = 0$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{49}}{12} = \frac{11 \pm 7}{12} = \frac{3}{2}, \frac{1}{3}$$

$\therefore 6x^2 - 11x + 3 = (2x-3)(3x-1)$

(iv) $x^2 + 8x + 7 = 0$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{8 \pm 6}{2}$$

$$= \frac{-2}{2}, \frac{-14}{2} = -1, -7$$

$$\therefore x^2 + 8x + 7 = (x+1)(x+7)$$

9. $x^3 + x^2 + x + 1$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയുമോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

Ans : $p(x) = x^3 + x^2 + x + 1$

$$p(1) = 1^3 + 1^2 + 1 + 1 = 4 \neq 0$$

$$p(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1 = 0$$

$p(-1) = 0$ ആയതുകൊണ്ട് $x + 1$ എന്ന ബഹുപദം $P(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ്

$$\therefore p(x) = (ax^2 + bx + c)(x+1)$$

$$= ax^3 + (a+b)x^2 + (b+c)x + c$$

$$\therefore a=1, b=0, c=1$$

$$\therefore x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + 1)(x+1)$$

$x^2 + 1 = 0$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

$$b^2 - 4ac = 0 - 4 \times 1 \times 1 = -4 < 0$$

അതായത് $x^2 + 1 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരമില്ല അതിനാൽ $P(x)$ നെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല

10. ചുറ്റളവ് 40 സെ.മീ ഉം പരപ്പളവ് 120 ചതുരശ്രസെ.മീ ഉം ഉള്ള ഒരു ചതുരം നിർമ്മിക്കാൻ സാധിക്കുമോ ?

Ans : നീളം + വീതി = 20 സെ.മീ.

$$\text{നീളം} = x \text{ ആയാൽ വീതി } 20 - x$$

$$x(20-x) = 120$$

$$x^2 - 20x - 120 = 0$$

$$b^2 - 4ac = (-20)^2 - 4 \times 1 \times 120 = -80 < 0$$

$\therefore$ രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരം ഇല്ല. അതിനാൽ ഇത്തരം ഒരു ചതുരം നിർമ്മിക്കാൻ സാധ്യമല്ല.

11. ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളിൽ ഓരോ കുട്ടിയും പരസ്പരം കാർഡുകൾ അയയ്ക്കുന്നു. മൊത്തം 420 കാർഡുകൾ അയച്ചുവെങ്കിൽ ആ ക്ലാസ്സിലെ അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്ര ?

Ans : - ക്ലാസ്സിലെ അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം 'x' ആയാൽ

$$x(x-1) = 420$$

$$x^2 - x - 420 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1681}}{2}$$

$$= 21$$

ക്ലാസ്സിലെ അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം = 21

WORK SHEET - I

- $x^3 + 3x^2 - 5x + 6$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x + 2)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം കണക്കാക്കുക.
 $x^3 + 3x^2 - 5x + 6$ നോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ $(x + 2)$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും.
- $P(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x - 1)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചപ്പോൾ $x^2 + 3x + 5$ എന്ന ഹരണഫലവും 3 ശിഷ്ടവും കിട്ടിയെങ്കിൽ
(a) $P(x) = \underline{\hspace{2cm}} x \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$
(b) $P(x)$ നെ $x^2 + 3x + 5$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ഹരണഫലവും ശിഷ്ടവും എഴുതുക.
- $x^3 + kx^2 - 2x + 3$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $(x - 2)$ എങ്കിൽ k യുടെ വില കാണുക.
- $2x^3 + 3x^2 - 4x - 1$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $2x - 1$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം എത്ര ?
- $x^3 + 4x^2 + x - 6$ നെ ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള മൂന്ന് ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.
- $x^3 - px^2 + qx - 6$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ രണ്ട് ഘടകങ്ങളാണ് $(x - 1)$, $(x - 2)$ ഇവയെങ്കിൽ p, q ഇവയുടെ വിലകൾ കാണുക ?
- $x^2 + 3x + 5$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള രണ്ട് ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയുമോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?
- $x^2 + 3x - 10$ നെ ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള രണ്ട് ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.
- $x^n - 1$ ന്റെ ഘടകമാണ് $x - 1$ എന്ന് തെളിയിക്കുക (n ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യ)

Work Sheet - I

Answers

- $P(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 6$
 $(x + 2)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം = $P(-2)$
 $= (-2)^3 + 3 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 6$
 $= -8 + 12 + 10 + 6$
 $= 20$
 $(x + 2)$ ഘടകമാകുന്നതിന് കൂട്ടേണ്ട സംഖ്യ = -20
- a) $P(x) = (x-1)(x^2 + 3x + 5) + 3$
b) $x^2 + 3x + 5$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഹരണഫലം = $x - 1$
ശിഷ്ടം = 3
- $P(x) = x^3 + kx^2 - 2x + 3$
 $(x-2)$ ഘടകമായതുകൊണ്ട് $P(2) = 0$.
 $2^3 + k \times 2^2 - 2 \times 2 + 3 = 0$

$$8 + 4k - 4 + 3 = 0$$

$$4k + 7 = 0$$

$$k = \underline{\underline{-\frac{7}{4}}}$$

$$4) \quad P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4x - 1$$

$$(2x - 1) \text{ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം} = p\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \times \left(\frac{1}{2}\right) - 1$$

$$= \frac{2}{8} + \frac{3}{4} - \frac{4}{2} - 1$$

$$= \frac{2 + 6 - 16 - 8}{8} = \frac{-16}{8} = \underline{\underline{-2}}$$

$$5) \quad P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$$

$$P(1) = 1 + 4 + 1 - 6 = 0$$

$\therefore (x-1)$ എന്ന് $P(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ്.

$P(x)$ നെ $(x-1)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചപ്പോൾ കിട്ടിയ ഹരണഫലം $ax^2 + bx + c$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

$$\therefore x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(ax^2 + bx + c)$$

$$= ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c$$

സമാനപദങ്ങളുടെ ഗുണകങ്ങൾ താരതമ്യം ചെയ്താൽ

$$a = 1$$

$$b - a = 4 \quad c - b = 1$$

$$b - 1 = 4 \quad c - 5 = 1$$

$$\therefore b = 5 \quad \therefore c = 6$$

$$ax^2 + bx + c = x^2 + 5x + 6$$

$$= (x+2)(x+3)$$

$$\therefore x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$$

$$6) \quad P(x) = x^3 - px^2 + qx - 6$$

$$(x-1) \text{ ഒരു ഘടകമായതുകൊണ്ട് } P(1) = 0$$

$$1 - p + q - 6 = 0$$

$$-p + q = 5 \quad \underline{\hspace{2cm}} (1)$$

$$(x-2) \text{ ഒരു ഘടകമായതുകൊണ്ട് } P(2) = 0$$

$$2^3 - p \times 2^2 + q \times 2 - 6 = 0$$

$$8 - 4p + 2q - 6 = 0$$

$$-4q + 2q = -2$$

$$-2p + q = -1 \quad \text{_____} (2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow P = 6$$

$P = 6$ സമവാക്യം (1) ൽ ആരോപിച്ചാൽ

$$-6 + q = 5$$

$$q = 5 + 6$$

$$= \underline{11}$$

$$\therefore \underline{\underline{p=6, q=1}}$$

7) $x^2 + 3x + 5 = 0$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

$$a = 1, b = 3, c = 5$$

$$b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times 5$$

$$= 9 - 20$$

$$= \underline{-11}$$

$b^2 - 4ac < 0$ ആയതുകൊണ്ട് ഈ സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരം ഇല്ല. അതുകൊണ്ട് $x^2 + 3x + 5$ നെ ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള രണ്ട് ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല.

8) $x^2 + 3x - 10 = 0$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

$$a = 1, b = 3, c = -10$$

$$b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times (-10)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$= \underline{\underline{2}} \text{ or } \underline{\underline{-5}}$$

$$\therefore x^2 + 3x - 10 = (x - 2)[x - (-5)]$$

$$= \underline{\underline{(x - 2)(x + 5)}}$$

9) $P(x) = x^n - 1$

$$P(1) = 1^n - 1 \quad (\because n \text{ ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യ})$$

$$= 1 - 1$$

$P(1) = 0$ ആയതുകൊണ്ട് $(x - 1)$ എന്നത് $P(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ്.

WORK SHEET - II

1. $x^3 - 9x$ -നെ ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള മൂന്ന് ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണഫലമായി എഴുതുക.
2. $2x^3 - 2x^2 + 3x + 5$ ന്റെ ഘടകങ്ങളാണോ $2x + 1$, $3x + 1$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.
3. മൂന്നാം കൃതിയിലുള്ള $P(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ $P(2) = 0$, $P(-2) = 0$, $P(3) = 0$ ആയാൽ $P(1)$, $P(-1)$ ഇവയുടെ വിലകൾ കണക്കാക്കുക. (കൃത്യം 3 ആയ പദം x^3 ആണ്)
4. $ax^2 + bx + c$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $x + 1$ എങ്കിൽ $b = a + c$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.
5. $x^2 - x - 1$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണഫലമായി എഴുതുക.
6. $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ $x^2 - 4$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.
7. $5x^3 + 3x^2$ നോട് ഏത് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാലാണ് $x + 1$, $x - 1$ ഇവ ഘടകങ്ങളായ ബഹുപദം കിട്ടുന്നത്.
8. $x^2 + 5x + k$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ
 - a) $k = 4$ ആയാൽ ഇതിന് ഒന്നാംകൃതിയിലുള്ള ഘടകങ്ങൾ ഉണ്ട് എന്ന് തെളിയിക്കുക.
 - b) $k = 7$ ആയാൽ ഒന്നാംകൃതിയിലുള്ള ഘടകങ്ങൾ ഇല്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക.
9. $75^{50} + 75^{35} - 75^{20} + 75^{10} + 30$ നെ 74 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എത്ര ?

Answers

$$x^3 - 9x = x(x^2 - 9)$$

$$1. \quad = x(x+3)(x-3)$$

$$2. \quad p(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3x + 5$$

$$p\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 5$$

$$= \frac{-2}{8} - \frac{2}{4} - \frac{3}{2} + 5$$

$$= \frac{-2 - 4 - 12 + 40}{8}$$

$$= \frac{22}{8}$$

$$= \frac{11}{4} \neq 0$$

$$p\left(-\frac{1}{3}\right) \neq 0 \text{ ആയതുകൊണ്ട്}$$

$\therefore 2x+1$ എന്നത് $p(x)$ ന്റെ ഘടകമല്ല.

$$P\left(-\frac{1}{3}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 5$$

$$= \frac{-2}{27} - \frac{2}{9} - \frac{3}{3} + 5$$

$$= \frac{-2 - 6 - 27 + 135}{27}$$

$$= \frac{100}{27}$$

$p\left(-\frac{1}{3}\right) \neq 0$ ആയതുകൊണ്ട് $3x + 1$ എന്നത് $p(x)$ ന്റെ ഘടകമല്ല.

3) $p(2) = 0$ ആയതുകൊണ്ട് $(x - 2)$ ഒരു ഘടകമാണ്.

$p(-2) = 0$ ആയതുകൊണ്ട് $(x + 2)$ ഒരു ഘടകമാണ്.

$p(3) = 0$ ആയതുകൊണ്ട് $(x - 3)$ ഒരു ഘടകമാണ്.

..... x^3 ആയതുകൊണ്ട്

$$p(x) = (x-2)(x+2)(x-3)$$

$$= x^3 - 3x^2 - 4x + 12$$

$$p(1) = 1 - 3 - 4 + 12$$

$$= \underline{6}$$

$$p(-1) = (-1)^3 - 3x(-1)^2 - 4x(-1) + 12$$

$$= -1 - 3 + 4 + 12$$

$$= \underline{12}$$

$$4) \quad p(x) = ax^2 + bx + c$$

$x + 1$ ഒരു ഘടകമായതുകൊണ്ട് $P(-1) = 0$

$$a x (-1)^2 + b x (-1) + c = 0$$

$$a - b + c = 0$$

$$\therefore \underline{\underline{b = a + c}}$$

$$5) \quad x^2 - x - 1 = 0 \text{ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ}$$

$$a = 1, \quad b = -1, \quad c = -1$$

$$b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)$$

$$= 1 + 4$$

$$= 5$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 - x - 1 &= \left[x - \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right] \left[x - \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right] \\ &= \left(\frac{2x-1-\sqrt{5}}{2} \right) \left(\frac{2x-1+\sqrt{5}}{2} \right) \\ &= \frac{1}{4} (2x-1-\sqrt{5}) (2x-1+\sqrt{5})\end{aligned}$$

6) $p(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

$$\begin{aligned}p(2) &= 2^3 + 3 \times 2^2 - 4 \times 2 - 12 \\ &= 8 + 12 - 8 - 12 \\ &= \underline{0}\end{aligned}$$

$p(2) = 0$ ആയതുകൊണ്ട് $(x - 2)$ ഒരു ഘടകമാണ്.

$$\begin{aligned}p(-2) &= (-2)^3 + 3 \times (-2)^2 - 4 \times (-2) - 12 \\ &= -8 + 12 + 8 - 12 \\ &= 0\end{aligned}$$

$p(-2) = 0$ ആയതുകൊണ്ട് $(x + 2)$ ഒരു ഘടകമാണ്.

$(x + 2)$, $(x - 2)$ ഇവ $p(x)$ ന്റെ ഘടകമായതുകൊണ്ട്

$(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ ഉം $p(x)$ ന്റെ ഘടകമായിരിക്കും.

7. കൂട്ടേണ്ട ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $ax + b$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

$$p(x) = 5x^3 + 3x^2 + ax + b \text{ ആയാൽ}$$

$(x + 1)$ ഒരു ഘടകമായതുകൊണ്ട് $p(-1) = 0$

$$5 \times (-1)^3 + 3 \times (-1)^2 + a \times (-1) + b = 0$$

$$-5 + 3 - a + b = 0$$

$$-a + b = 2 \quad \text{_____ (1)}$$

$(x - 1)$ ഒരു ഘടകമായതുകൊണ്ട് $p(1) = 0$

$$5 + 3 + a + b = 0$$

$$a + b = -8 \quad \text{_____ (2)}$$

$$(1) - (2) \Rightarrow -2a = 10$$

$$a = \underline{\underline{-5}}$$

$$(2) \Rightarrow -5 + b = -8$$

$$b = \underline{\underline{-3}}$$

$$\therefore \text{കൂട്ടേണ്ട ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം} = \underline{\underline{-5x - 3}}$$

8. $k = 4$ ആയാൽ

$x^2 + 5x + 4 = 0$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

$$a = 1, b = 5, c = 4$$

$$b^2 - 4ac = 25 - 16 = 9$$

$b^2 - 4ac > 0$ ആയതുകൊണ്ട് $k = 4$ ആയാൽ $x^2 + 5x + k = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരങ്ങൾ ഉണ്ട്.

$\therefore x^2 + 5x + k$ എന്ന ബഹുപദത്തിന് ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള ഘടകങ്ങൾ ഉണ്ട്.

$k = 7$ ആയാൽ

$x^2 + 5x + 7 = 0$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

$$a = 1, b = 5, c = 7$$

$$b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 1 \times 7$$

$$= 25 - 28$$

$$= -3$$

$b^2 - 4ac < 0$ ആയതുകൊണ്ട് $k = 7$ ആയാൽ $x^2 + 5x + k = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരങ്ങൾ ഇല്ല.

$\therefore x^2 + 5x + k$ എന്ന ബഹുപദത്തിന് ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള ഘടകങ്ങൾ ഇല്ല.

9. $p(x) = x^{50} + x^{35} - x^{20} + x^{10} + 30$ എന്ന ബഹുപദം സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ

$p(x)$ - നെ $(x - 1)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന

$$\text{ശിഷ്ടം} = p(1)$$

$$= 1 + 1 - 1 + 1 + 30$$

$$= \underline{32}$$

ഇതിൽ നിന്നും $75^{50} + 75^{35} - 75^{20} + 75^{10} + 30$ - നെ $75 - 1 = 74$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം 32 ആയിരിക്കും എന്ന് പറയാം.

CHAPTER 10

ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

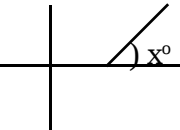
ഈ അദ്ധ്യായത്തിലൂടെ

1. ആധാര ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് (x, y) എന്ന ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം $\sqrt{x^2 + y^2}$

2. $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം

$$PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

3. $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

4. AB യുടെ ചരിവ് $\tan x^\circ$ 

5. $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു (x, y) ആയാൽ വരയുടെ സമവാക്യം

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ചില പ്രവർത്തനങ്ങൾ

1. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ ജോടി ബിന്ദുക്കളും തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക.

- (a) $(-2, -1), (4, -1)$
- (b) $(3, 2), (3, 7)$
- (c) $(0, 0), (-3, -4)$
- (d) $(2, 8), (5, 4)$
- (e) $(-7, -3), (3, -5)$

Ans:

- (a) $(-2, -1), (4, -1), | -2 - 4 | = | -6 | = 6$ യൂണിറ്റ്

- (b) $(3, 2), (3, 7), | 2 - 7 | = | -5 | = 5$ യൂണിറ്റ്

- (c) $(0, 0), (-3, -4) \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ യൂണിറ്റ്

- (d) $(2, 8), (5, 4) \sqrt{(2 - 5)^2 + (8 - 4)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ യൂണിറ്റ്

- (e) $(-7, -3), (3, -5) \sqrt{(-7 - 3)^2 + (-3 - 5)^2} = \sqrt{(-10)^2 + 2^2} = \sqrt{100 + 4} = \sqrt{104}$ യൂണിറ്റ്

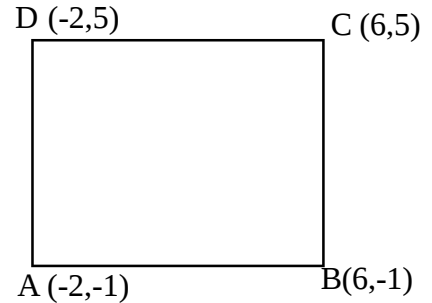
2. ചതുർഭുജം ABCD യിൽ A (-2,-1), B (6, -1), C (6,5)

D (-2, 5) ആയാൽ

- (a) AB, BC, CD, AD ഇവയുടെ നീളം കാണുക
 (b) ഒരേ നീളമുള്ള വശങ്ങൾ ഏതെല്ലാം ?
 (c) ചിത്രം വരച്ച് അനുയോജ്യമായ പേരെഴുതുക

Ans :

- (a) $AB = |-2-6| = |-8| = 8$ യൂണിറ്റ്
 $BC = |-1-5| = |-6| = 6$ യൂണിറ്റ്
 $CD = |6- -2| = |8| = 8$ യൂണിറ്റ്
 $AD = |-1-5| = |-6| = 6$ യൂണിറ്റ്
 (b) $AB = CD$
 $BC = AD$
 (c) ചതുരം



3. ആരം 10 യൂണിറ്റും വൃത്ത കേന്ദ്രം ആധാര ബിന്ദുവുമായ ഒരു വൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്നു. എങ്കിൽ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സൂചക സംഖ്യകൾ ഉള്ള ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിലാണോ, വൃത്തത്തിലാണോ, വൃത്തത്തിന്റെ വെളിയിലാണോ എന്ന് തരംതിരിക്കുക.

- (a) (8,6) (b) (-4,9) (c) (-6, 8) (d) (-3,10)

- (a) (0,0) (8,6)

അകലം $\sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$ യൂണിറ്റ്

- (b) (0,0) (-4,9)

അകലം $\sqrt{(-4)^2 + 9^2} = \sqrt{16 + 81} = \sqrt{97}$ യൂണിറ്റ്

- (c) (0,0) (-6,8)

അകലം $\sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ യൂണിറ്റ്

- (d) (0,0) (-3, 10)

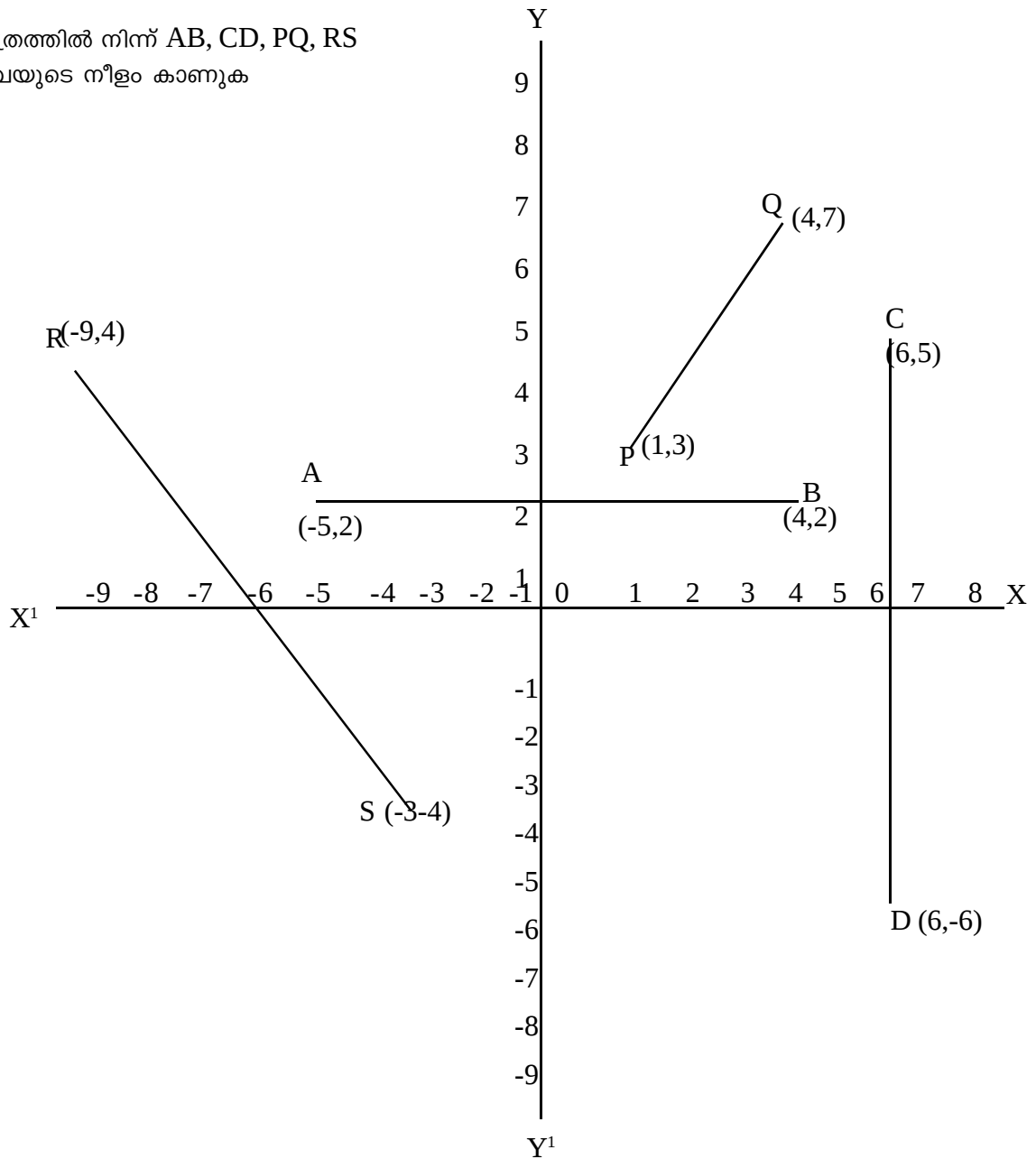
അകലം $\sqrt{(-3)^2 + 10^2} = \sqrt{9 + 100} = \sqrt{109}$ യൂണിറ്റ്

(-4, 9) വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ

(8,6), (-6,8) ഇവ വൃത്തത്തിൽ

(-3,10), - വൃത്തത്തിനുവെളിയിൽ

4. ചിത്രത്തിൽ നിന്ന് AB, CD, PQ, RS
ഇവയുടെ നീളം കാണുക



ANS:

X അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ രേഖയാണ് AB

$$AB = |-5 - 4| = |-9| = 9 \text{ യൂണിറ്റ്}$$

Y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ രേഖയാണ് CD

$$CD = |5 - (-6)| = |11| = 11 \text{ യൂണിറ്റ്}$$

$$PQ = \sqrt{(4 - 1)^2 + (7 - 3)^2}$$

യൂണിറ്റ്

$$= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$RS = \sqrt{(-9 - (-3))^2 + (4 - (-4))^2}$$

$$= \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ യൂണിറ്റ്}$$

5. ΔPQR ൽ P (3,4), Q (23,4) , R (3,19) ആയാൽ

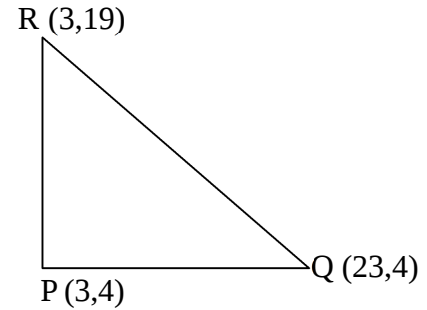
a) PQ, QR, PR ഇവയുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

(b) $PQ^2 + PR^2 = QR^2$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(c) ΔPQR - ന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക

ANS:

$$\begin{aligned} \text{(a) } PQ &= |23 - 3| \\ &= 20 \text{ യൂണിറ്റ്} \\ PR &= |19 - 4| = 15 \text{ യൂണിറ്റ്} \\ QR &= \sqrt{(23 - 3)^2 + (4 - 19)^2} \\ &= \sqrt{20^2 + (-15)^2} \end{aligned}$$



$$= \sqrt{400 + 225} = \sqrt{625} = 25 \text{ യൂണിറ്റ്}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } PQ^2 + PR^2 &= 20^2 + 15^2 \\ &= 400 + 225 \\ &= 625 = 25^2 = QR^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta PQR \text{ ന്റെ പരപ്പളവ്} &= \frac{1}{2} \times 15 \times 20 \\ &= 150 \text{ ച.യൂണിറ്റ്} \end{aligned}$$

6) ചതുർഭുജം ABCD യിൽ A (2,0) , B (5,-5), C (8,0), D(5,5)

(a) അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് A,B,C,D അടയാളപ്പെടുത്തി ക്രമത്തിൽ യോജിപ്പിക്കുക.

(b) AB, BC, CD, AD ഇവയുടെ നീളം കാണുക.

(c) നിങ്ങൾക്ക് കിട്ടിയ ചിത്രത്തിനു അനുയോജ്യമായ പേരെഴുതുക

(d) കിട്ടിയ ചിത്രത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക

ANS:

(a)

$$\begin{aligned} \text{(b) } AB &= \sqrt{(5 - 2)^2 + (-5 - 0)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + (-5)^2} \\ &= \sqrt{9 + 25} = 34 \text{ യൂണിറ്റ്} \end{aligned}$$

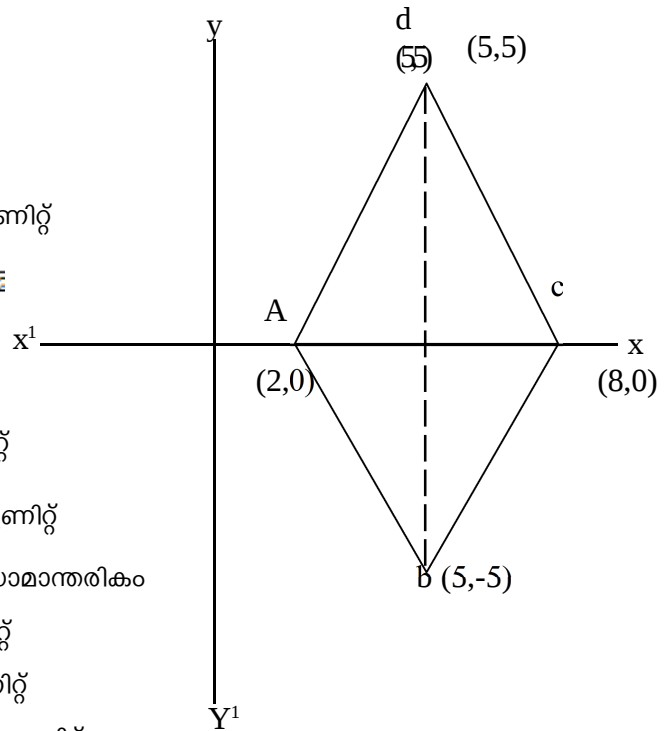
$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(8 - 5)^2 + (0 - -5)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{9 + 25} = 34 \text{ യൂണിറ്റ്} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 CD &= \sqrt{(5-8)^2 + (5-0)^2} \\
 &= \sqrt{(-3)^2 + 5^2} \\
 &= \sqrt{9+25} = \sqrt{34} \text{ യൂണിറ്റ്}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AD &= \sqrt{(5-2)^2 + (5-0)^2} \\
 &= \sqrt{3^2 + 5^2} \\
 &= \sqrt{9+25} = \sqrt{34} \text{ യൂണിറ്റ്}
 \end{aligned}$$

(c) $AB = BC = CD = AD = \sqrt{34}$ യൂണിറ്റ്
 ABCD ഒരു സമഭുജ സാമാന്തരികം

(d) $AC = |8-2| = 6$ യൂണിറ്റ്
 $BD = |5-(-5)| = 10$ യൂണിറ്റ്
 പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times 6 \times 10 = 30$ ച.യൂണിറ്റ്



7. ΔABC യുടെ ശീർഷങ്ങൾ A(2,3), B (23,3), C (8,11)

പരപ്പളവ് കാണുക

ANS:

$$AB = |23-2| = 21 \text{ യൂണിറ്റ്}$$

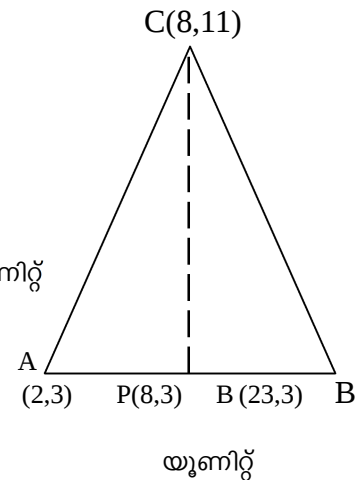
$$\begin{aligned}
 BC &= \sqrt{(8-23)^2 + (11-3)^2} \\
 &= \sqrt{(-15)^2 + 8^2} \\
 &= \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17 \text{ യൂണിറ്റ്}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AC &= \sqrt{(8-2)^2 + (11-3)^2} \\
 &= \sqrt{6^2 + 8^2} \\
 &= \sqrt{36 + 64} \\
 &= \sqrt{100} = 10 \text{ യൂണിറ്റ്}
 \end{aligned}$$

$$S = \frac{21+17+10}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ യൂണിറ്റ്}$$

$$\text{അല്ലെങ്കിൽ } CP = |11-3| = 8$$

$$\text{പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} \times 21 \times 8 = 84 \text{ ച.യൂണിറ്റ്}$$



$$S-a = 24-21 = 3$$

$$S-b = 24-17 = 7$$

$$S-c = 24-10 = 14$$

$$\begin{aligned}\text{പരപ്പളവ്} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{24 \times 3 \times 7 \times 14} \\ &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 2 \times 7} \\ &= 84 \text{ ച. യൂണിറ്റ്}\end{aligned}$$

8. ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ് (3,5) (6,14) ഈ വരയുടെ ചരിവ് കാണുക.

ANS:

$$\begin{aligned}\text{ചരിവ്} &= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \\ &= \frac{14-5}{6-3} \\ &= \frac{9}{3} = 3\end{aligned}$$

9. ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ് (1,3) (4,9), ഈ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണോ (2,5) (4, -2) എന്നു പരിശോധിക്കുക.

ANS:

$$(1,3) (4,9) \text{ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് } = \frac{9-3}{4-1} = \frac{6}{3} = 2$$

(1,3) (2,5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ്. $\frac{5-3}{2-1} = \frac{2}{1} = 2$ ചരിവ് തുല്യമായതിനാൽ (2,5) എന്ന ബിന്ദു (1,3) (4,9) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയിലെ ബിന്ദുവാണ്.

$$(1,3) (4, -2) \text{ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് } = \frac{-2-3}{4-1} = \frac{-5}{3}$$

ചരിവ് വ്യത്യാസമായതിനാൽ

(4, -2) എന്ന ബിന്ദു (1,3), (4,9) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയിലെ ബിന്ദുവല്ല.

10. ചരിവ് -2 ആയ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുവാണ് (-3,4) എങ്കിൽ ഈ വരയിലെ മറ്റു രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ കാണുക ?

ANS:

-2 ചരിവുള്ള വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (-3,4). ഈ വര X അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു (x,0) എന്നും Y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു (0, Y) എന്നും സങ്കല്പിച്ചാൽ (-3,4) (x,0) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ്

$$\frac{4-0}{-3-x} = 2$$

$$4 = -2(-3-x)$$

$$4 = 6 + 2x$$

$$2x = 4-6$$

$$x = -1$$

∴ ബിന്ദു (-1, 0)

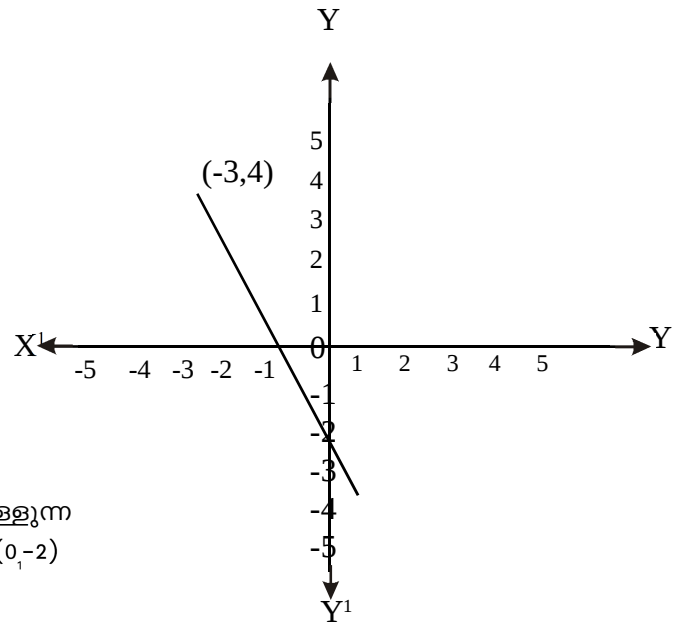
(-3,4) (0,Y) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ

യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖയുടെ ചരിവ്

$$\frac{4-y}{-3-0} = -2 \quad 4-y = -2x-3$$

$$4-y=6$$

$$4-6 = y, y = -2$$



-2 ചരിവുള്ളതും (-3,4) എന്ന ബിന്ദു ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വരയിലെ മറ്റു രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ് (-1, 0), (0,-2)

11. (a) (5,2), (8,6) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്ന വരയുടെ ചരിവ് കാണുക ?
- (b) ഈ വരയുടെ സമവാക്യം കണ്ടെത്തി അതിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ എഴുതുക

ANS:

(a) വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{6-2}{8-5} = \frac{4}{3}$

(b) ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദു (X,y) എങ്കിൽ

$$\frac{y-2}{x-5} = \frac{4}{3}$$

$$3y-6=4x-20$$

$$4x - 3y - 14 = 0 \quad \text{ഇതാണ് ഈ വരയുടെ സമവാക്യം}$$

ഈ വര X - അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ (X,0) എങ്കിൽ ,

$$4x - 3 \times 0 - 14 = 0$$

$$4x = 14$$

$$x = 14/4 = 7/2$$

∴ $\left(\frac{7}{2}, 0\right)$ എന്നത് ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകളാണ്.

12. $x+2y-6=0$ എന്ന വര X അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകളും Y - അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകളും എഴുതുക.

ANS:

$x+2y-6=0$ എന്ന വര X അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ y- സൂചക സംഖ്യ പൂജ്യമായിരിക്കും.

$$x + 0 - 6 = 0$$

$$x = 6$$

x = 6, X എന്ന അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക

സംഖ്യകൾ (6,0)

ഈ വര y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ X - സൂചക സംഖ്യ പൂജ്യമായിരിക്കും.

$$x+2y-6 = 0$$

$$2y = 6$$

$$y = 3, y \text{ എന്ന അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ } (0,3)$$

13. താഴെകൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ്, വരയുടെ സമവാക്യം, വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ ഇവ കാണുക.

(a) (1,3) (4,6)

(b) (-1,2)(1,6)

(c) (3,5)(-1,7)

ANS:

(a) (1,3) (4,6) ചരിവ് $= \frac{6-3}{4-1} = \frac{3}{3} = 1$

* ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (x,y) എങ്കിൽ

$$\frac{y-3}{x-1} = 1, \quad y-3 = x-1$$

$$x-y+2=0$$

* ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചക സംഖ്യ 2 എങ്കിൽ

$$2-y+2=0 \quad y=4$$

ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ (2,4)

(b) (-1,2) (1,6)

* ചരിവ് $= \frac{6-2}{1-(-1)} = \frac{4}{2} = 2$

* ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (x,y) എങ്കിൽ

$$\frac{y-2}{x-1} = 2, \quad y-2 = 2x+2$$

$$2x-y+4=0 \text{ എന്നതാണ് ഈ വരയുടെ സമവാക്യം}$$

* ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചക സംഖ്യ 2 എങ്കിൽ

$$2x-2+4=0$$

$$2x=-2$$

$$x=-1$$

ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ (-1,2)

(c) (3,5) (-1,7)

$$\text{ചരിവ്} = \frac{7-5}{-1-3} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു (x,y) എങ്കിൽ

$$\frac{y-5}{x-3} = -\frac{1}{2}, \quad 2y-10 = -x+3$$

$$x+2y-13=0 \text{ എന്നത് ഈ വരയുടെ സമവാക്യം}$$

ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചക സംഖ്യ 2 എങ്കിൽ

$$3+2y -13=0$$

$$2y =10$$

$$y = 5$$

ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ (3,5)

WORK SHEET 1

1. ചതുർഭുജം ABCD യുടെ ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ

A (1,3), B (4,1), C (6,4), D (3,6) എന്നിവയാണ്

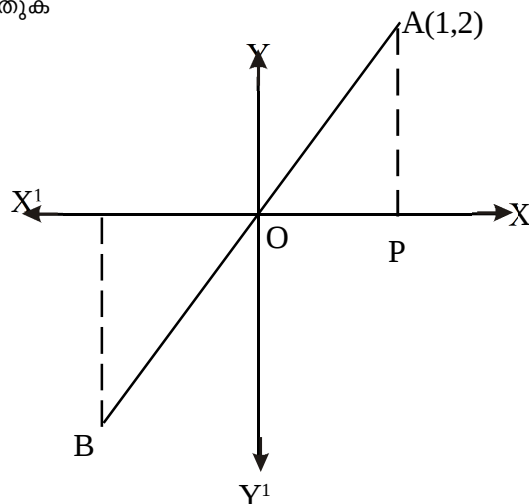
- അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് സൂചക സംഖ്യകൾ അടയാളപ്പെടുത്തി ചതുർഭുജം നിർമ്മിക്കുക.
- AB, BC, CD, AD എന്നിവയുടെ നീളം കാണുക.
- AC, BD ഇവയുടെ നീളം കാണുക
- ഇവയുടെ ചരിവുകളുടെ ഗുണനഫലം -1 എന്നു തെളിയിക്കുക.
- ചതുർഭുജത്തിന് അനുയോജ്യമായ പേരെഴുതുക. ഇതിന്റെ ചുറ്റളവും, പരപ്പളവും കാണുക.

2. ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ (3,4), (5,2) എന്നിവയാണ്

- ഈ വരയുടെ ചരിവെന്ത് ?
- ഈ വരയുടെയുടെ സമവാക്യം കാണുക ?
- ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക
- ഈ വര x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.
- ഈ വര y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്ത് ?
- ഈ വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായ ഒരു വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക.

WORK SHEET - 2

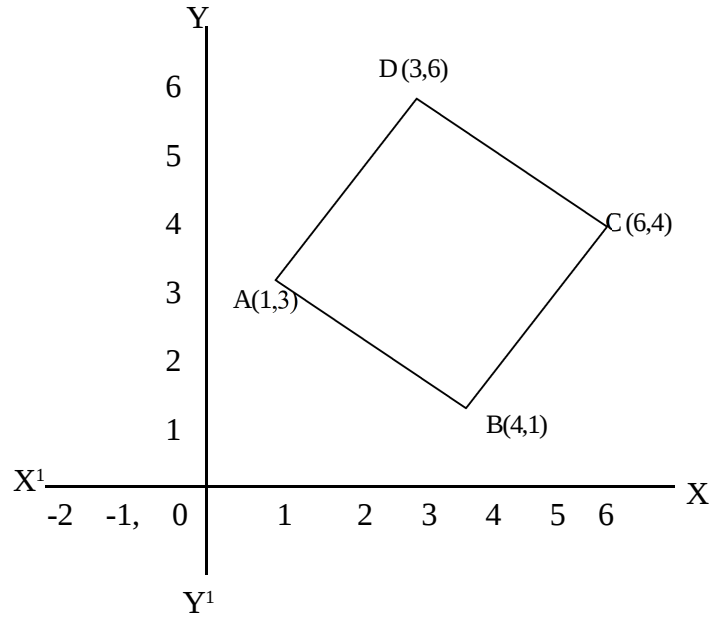
- (x,3) (8,3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 6 യൂണിറ്റായാൽ x ന് സാധ്യമായ വിലകൾ കാണുക ?
- (3,4), (6,7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വര X അക്ഷവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 45° ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക ?
- ചിത്രത്തിൽ AB യുടെ മധ്യബിന്ദു O യും A (1,2)-ഉം ആയാൽ B യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക



ANSWERS

Work sheet 1

1. (a)



(b)

$$\begin{aligned}
 AB &= \sqrt{(4-1)^2 + (1-3)^2} \\
 &= \sqrt{3^2 + (-2)^2} \\
 &= \sqrt{13} \text{ യൂনিറ്റ്} \\
 \\
 BC &= \sqrt{(6-4)^2 + (4-1)^2} \\
 &= \sqrt{2^2 + 3^2} \\
 &= \sqrt{13} \text{ യൂনিറ്റ്} \\
 \\
 CD &= \sqrt{(3-6)^2 + (6-4)^2} \\
 &= \sqrt{(-3)^2 + (2)^2} \\
 &= \sqrt{13} \text{ യൂনিറ്റ്} \\
 \\
 AD &= \sqrt{(3-1)^2 + (6-3)^2} \\
 &= \sqrt{2^2 + 3^2} \\
 &= \sqrt{13} \text{ യൂনিറ്റ്}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(c)} \quad AC &= \sqrt{(6-1)^2 + (4-3)^2} \\
 &= \sqrt{5^2 + 1^2} \\
 &= \sqrt{26} \text{ യൂണിറ്റ്}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BD &= \sqrt{(3-4)^2 + (6-1)^2} \\
 &= \sqrt{(-1)^2 + 5^2} \\
 &= \sqrt{26} \text{ യൂണിറ്റ്}
 \end{aligned}$$

(e) ചതുർഭുജം ABCD യിൽ $AB = BC = CD = AD$ കൂടാതെ $AC = BD$
 $\therefore$ ചതുർഭുജം ABCD ~ ഒരു സമചതുരമാണ്
ചുറ്റളവ് $= 4 \times \sqrt{13} = 4\sqrt{13}$ യൂണിറ്റ്

പരപ്പളവ് $= (\sqrt{13})^2 = 13$ ച. യൂണിറ്റ്

(d) AC യുടെ ചരിവ് $= \frac{3-4}{1-6} = \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$

BD യുടെ ചരിവ് $= \frac{1-6}{4-3} = \frac{-5}{1} = -5$

ചരിവുകളുടെ ഗുണനഫലം $= \frac{1}{5} \times (-5) = -1$

2. (a) ചരിവ് $= \frac{4-2}{3-5} = \frac{2}{-2} = -1$

(b) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു (x,y) യും ചരിവ് -1 ഉം ആയാൽ

$$\frac{y-4}{x-3} = -1, y-4 = -1(x-3)$$

$$y-4 = -1(x-3)$$

$$y-4 = -x+3$$

$$x+y-7=0 \text{ ആണ്. ഈ വരയുടെ സമവാക്യം}$$

(c) ഈ വരയിൽ $x=4$ ആയാൽ $4+y-7=0$
 $y=3$

ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ (4,3)

(d) ഈ വര X - അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചക സംഖ്യ പൂജ്യമായിരിക്കും
 $x+0-7=0, x=7$
സൂചക സംഖ്യകൾ (7,0)

(e) ഈ വര y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചക സംഖ്യ പൂജ്യമായിരിക്കും
 $0+y-7=0, y=7$
സൂചക സംഖ്യകൾ (0,7)

(f) $x+y-7=0$ എന്ന വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായ വരയുടെ ചരിവ് -1 ആയിരിക്കും. സമാന്തരമായ വരയുടെ ചരിവ് -1 ഉം സൂചക സംഖ്യകൾ $(x,y), (1,3)$ ഉം ആയാൽ

$$\frac{y-3}{x-1} = -1,$$

$$y-3 = -1(x-1)$$

$$y-3 = -x+1$$

$$x+y-4 = 0 \text{ എന്നതാണ് സമാന്തരമായ വരയുടെ സമവാക്യം}$$

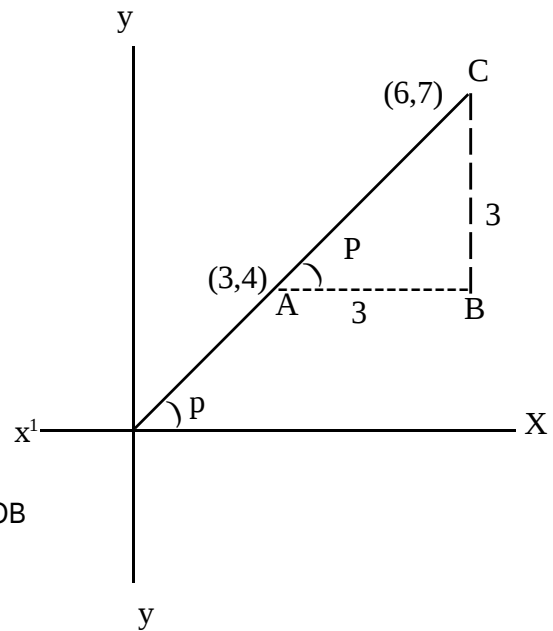
WORK SHEET - 2

(1) $(x,3) (8,3)$ എന്നീ സൂചകസംഖ്യകൾ X അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്. $(8,3)$ ബിന്ദുവിൽ നിന്നു 6 യൂണിറ്റ് ഇടത്തോട്ട് എടുത്താൽ X - സൂചക സംഖ്യ 2 ഉം 6 യൂണിറ്റ് വലത്തോട്ട് എടുത്താൽ X സൂചകസംഖ്യ 14 ഉം കിട്ടും. x ന്റെ വിലകൾ 2,14

(2) $\tan P = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{3} = 1$

$$\tan 45 = 1$$

അതുകൊണ്ട് $\angle P = 45^\circ$



(3) X അക്ഷത്തിനു ലംബമായി
 AP, BQ വരയ്ക്കുക
 AOP, BOQ എന്നീ മട്ട ത്രികോണങ്ങളിൽ $OA = OB$
 $\angle AOP = \angle BOQ$ ഇവ എതിർകോണുകളാണ്
 $\triangle AOP, \triangle BOQ$ ഇവ സർവ്വസമങ്ങളാണ്
 $OP = OQ = 1$ യൂണിറ്റ്
 $AP = BQ = 2$ യൂണിറ്റ്
 B യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ $(-1, -2)$

Chapter 11

സ്ഥിതിവിവരകണക്ക്

ഈ അദ്ധ്യായത്തിലൂടെ

വിവരങ്ങൾ ശേഖരിച്ച്, അപഗ്രഥിച്ച് നിഗമനത്തിലെത്തിച്ചേരുന്ന ഗണിത ശാസ്ത്രശാഖയാണ് സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സ്. ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ ഉൾപ്പെടുത്തിയ ശരാശരികൾ മാധ്യവും മധ്യമവും ആണ്.

അളവുകൾ ആവൃത്തി പട്ടികയിൽ തന്നിരുന്നാൽ മാധ്യം കണക്കാക്കുന്നതിന്

അളവുകൾ ആവൃത്തി പട്ടികയിൽ തന്നിരുന്നാൽ മധ്യമം കണക്കാക്കുന്നതിന്

ചില പ്രവർത്തനങ്ങൾ

1. ഒരു ഹോസ്റ്റലിലെ 40 കുട്ടികളുടെ ഭാരം ആവൃത്തി പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മാധ്യം കാണുക?

ഭാരം (കി.ഗ്രാമിൽ)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
30-32	5
32-34	10
34-36	15
36-38	6
38-40	4
ആകെ	40

Ans:

വിഭാഗ മാധ്യം	ആവൃത്തി	വിഭാഗ മാധ്യം X ആവൃത്തി
31	5	155
33	10	330
35	15	525
37	6	222
39	4	156
ആകെ	40	1388

$$\text{മാധ്യം} = \frac{1388}{40} = 34.7$$

2. ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ 50 വീടുകളിൽ ഉപയോഗിച്ച വൈദ്യുതിയുടെ അളവ് തന്നിരിക്കുന്നു. മധ്യമം കണക്കാക്കുക ?

വൈദ്യുതിയുടെ അളവ്	വീടുകളുടെ എണ്ണം
70-75	5
75-80	8
80-85	10
85-90	15
90-95	8
95-100	4

Answers

വൈദ്യുതി	വീടുകളുടെ എണ്ണം
75 നേക്കാൾ കുറവ്	5
80 നേക്കാൾ കുറവ്	13
85 നേക്കാൾ കുറവ്	23
90 നേക്കാൾ കുറവ്	38
95 നേക്കാൾ കുറവ്	46
100 നേക്കാൾ കുറവ്	50

X	75	80	85	90	95	100
y	5	13	23	38	46	50

മധ്യമമെന്നത് $Y = \frac{50}{2} = 25$ ആകാൻ എടുക്കേണ്ട X ആണ്

y= 23 നും y= 38 നും ഇടയിലാണ് y = 25 ന്റെ സ്ഥാനം

y= 23 ന്

X= 85 ഉം

y= 38 ന്

X= 90 ആണ്

$$\frac{x-85}{90-85} = \frac{25-23}{38-23}$$

$$\frac{x-85}{5} = \frac{2}{15}$$

$$15(x-85)=10$$

$$15x = 1285$$

$$x = \frac{1285}{15} = 85.6$$

WORKSHEET 1

1. 50 കുടുംബങ്ങളുടെ ദിവസ വരുമാനം പട്ടികരീതിയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മാധ്യം കാണുക.

ദിവസ വരുമാന രൂപയിൽ	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
300-310	8
310-320	10
320-330	14
330-340	10
340-350	6
350-360	2

2. 40 കുട്ടികൾക്ക് ഒരു പരീക്ഷയിൽ ലഭിച്ച മാർക്കുകൾ പട്ടിക രൂപത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്നു. മാധ്യം കാണുക.

മാർക്കുകൾ	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
0-10	3
10-20	4
20-30	10
30-40	9
40-50	8
50-60	3
60-70	2
70-80	1

3. ഒരു ക്ലാസ്സിലെ 50 കുട്ടികളുടെ ഉയരം തന്നിരിക്കുന്നു. ഉയരത്തിന്റെ മധ്യം കണക്കാക്കുക?

ഉയരം (സെ.മീ)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
115-120	5
120-125	9
125-130	10
130-135	12
135-140	8
140-145	6

4. ഒരു കൃഷിക്കാരന് ഒരു മാസം ലഭിച്ച റബ്ബർ ഷീറ്റുകളുടെ തൂക്കം പട്ടികയായി തന്നിരിക്കുന്നു. ഇതിന്റെ മധ്യമം കാണുക.

റബ്ബർ ഷീറ്റിന്റെ തൂക്കം (കി.ഗ്രാം)	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം
8-10	3
10-12	4
12-14	6
14-16	8
16-18	5
18-20	4
ആകെ	30

Ansers:

1.

വിഭാഗ മാധ്യം	ആവൃത്തി	വിഭാഗ മാധ്യം : ആവൃത്തി
305	8	2440
315	10	3150
325	14	4550
335	16	3350
345	18	2070
355	20	710
ആകെ	50	16270

$$\text{മാധ്യം} = \frac{16270}{50} = 325.4$$

2.

വിഭാഗ മാധ്യം	ആവൃത്തി	വിഭാഗ മാധ്യം X ആവൃത്തി
5	3	15
15	4	60
25	10	250
35	9	315
45	8	360
55	3	165
65	2	130
75	1	75
ആകെ	40	1370

$$\text{മാധ്യം} = \frac{1370}{40} = 34.25$$

3.

ഉയരം	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
120ൽ കുറവ്	5
125ൽ കുറവ്	14
130ൽ കുറവ്	24
135ൽ കുറവ്	36
140ൽ കുറവ്	44
145ൽ കുറവ്	50

x	120	125	130	135	140	145
y	5	14	24	36	44	50

മധ്യമമെന്നത് $y = \frac{50}{2} = 25$ ആകാൻ എടുക്കേണ്ട 'X' ആണ്.

$y = 24$ നും $y = 36$ നും ഇടയിലാണ് $y = 25$ ന്റെ സ്ഥാനം

$y = 24$ ന് $x = 130$ ഉം

$y = 36$ ന് $x = 135$ ആണ്

$$\frac{x-130}{135-130} = \frac{25-24}{36-24}$$

$$x = 130 + 5 \times \frac{1}{12}$$

$$= 130 + \frac{5}{12}$$

$$130 + 0.41$$

$$= 130.4$$

മധ്യമ ഉയരം = 130 സെ.മീ

4.

റബ്ബർഷീറ്റിന്റെ തുക	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം
10ൽ കുറവ്	3
12ൽ കുറവ്	7
14ൽ കുറവ്	13
16ൽ കുറവ്	21
18ൽ കുറവ്	26
20ൽ കുറവ്	30

X	10	12	14	16	18	20
y	3	7	13	21	26	30

മധ്യമമെന്നത് $Y = \frac{30}{2} = 15$ ആകാൻ എടുക്കേണ്ട 'X' ആണ്.

$y = 13$ നും $y = 21$ നും ഇടയിലാണ് $y = 15$ ന്റെ സ്ഥാനം

$y = 13$ ന് $X = 14$ ഉം

$y = 21$ ന് $X = 16$ ആണ്

$$\frac{x-14}{16-14} = \frac{15-13}{21-13}$$

$$\frac{x-14}{2} = \frac{2}{8}$$

$$X = 14 + \frac{2 \times 2}{8}$$

$$= 14 + \frac{1}{2}$$

$= 14.5$ മധ്യമ ഭാരം 14.5 കി.ഗ്രാം.

WORK SHEET -2

- ഒരു അരി കച്ചവടക്കാരന് 1 മാസം വിറ്റ അരിയുടെ അളവ് (കി.ഗ്രാം) കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. 1 കിലോഗ്രാം അരിയുടെ വില 25 രൂപയാണെങ്കിൽ ഈ കച്ചവടക്കാരന്റെ 1 ദിവസത്തെ ശരാശരി വരുമാനം കാണുക ?

അരിയുടെ അളവ് (കി.ഗ്രാം)	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം
200-210	5
210-220	8
220-230	10
230-240	5
240-250	2
ആകെ	30

- ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ 50 വീടുകളിൽ ഉപയോഗിച്ച് വൈദ്യുതിയുടെ അളവ് തന്നിരിക്കുന്നു. 1 യൂണിറ്റ് വൈദ്യുതിയുടെ നിരക്ക് 2.50 രൂപയാണെങ്കിൽ ഈ ഗ്രാമത്തിലെ 50 വീടുകളിൽ ഇലക്ട്രിസിറ്റി ബോർഡിന് 1 ദിവസം ലഭിക്കുന്ന ശരാശരി വരുമാനം എത്ര?

വൈദ്യുതിയുടെ അളവ്	വീടുകളുടെ എണ്ണം
80-90	12
90-100	10
100-110	11
110-120	10
120-130	7

3. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികയുടെ മധ്യമം കാണുക?

ക്ലാസ്സ്	ആവൃത്തി
10-20	6
20-30	8
30-40	12
40-50	12
50-60	8
60-70	6
70-80	5

4. 100 കുട്ടികൾക്ക് അർദ്ധവാർഷിക പരീക്ഷയ്ക്ക് ഗണിതത്തിന് കിട്ടിയ മാർക്കുകൾ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു മധ്യമം കാണുക

മാർക്കുകൾ	0-10	10-20	20-30	30-40
കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	8	10	15	16

മാർക്കുകൾ	40-50	50-60	60-70	70-80
കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	25	12	8	6

5. ഒരു പ്രദേശത്തെ ഒരു മാസത്തിലെ 30 ദിവസങ്ങളിലെ കൂടിയ താപനില ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു താപനിലയുടെ മധ്യംകാണുക.

താപനില(*C)	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം
26	4
27	6
28	7
29	4
30	6
31	3

6. ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസവേതനത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള പട്ടികയാണ് കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് മാധ്യം കണക്കാക്കിയപ്പോൾ 155 എന്നാണ് ഉത്തരം ലഭിച്ചത്. എങ്കിൽ x ന്റെ വില എന്ത് ?

വേതനം	ജീവനക്കാരുടെ എണ്ണം
100--120	5
120- 140	11
140-160	16
160-180	x
180- 200	8

7. ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളുടെ ഭാരം. പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന മധ്യമഭാരം കണക്കാക്കുക.

ഭാരം	35- 37	37- 39	39- 41	41- 43	43- 45	45- 47	47- 49
(കി.ഗ്രാം)	2	5	8	11	14	6	4

Work Sheet - II

Answers

1	വിഭാഗ മാധ്യം	ആവൃത്തി	വിഭാഗമാധ്യം X ആവൃത്തി
	205	5	1025
	215	8	1720
	225	10	2250
	235	5	1175
	245	2	490
	ആകെ	30	6660

മാധ്യം $\frac{6660}{30} = 222$

1 കിലോഗ്രാം അരിയുടെ വില = 25

ശരാശരി വരുമാനം = $222 \times 25 = 5550$ രൂപ

2	വിഭാഗ മാധ്യം	ആവൃത്തി	വിഭാഗമാധ്യം X ആവൃത്തി
	85	12	1020
	95	10	950
	105	11	1155
	115	10	1150
	125	7	875
	ആകെ	50	5150

മാധ്യം = $\frac{5150}{50} = 103$

ഒരു യൂണിറ്റ് വൈദ്യുതിയുടെ നിരക്ക് = 2.50 രൂപ

ഒരു ദിവസത്തെ ശരാശരി വരുമാനം = $2.50 \times 103 = 257.50$ രൂപ

3		ആവൃത്തി
	20 ൽ കുറവ്	6
	30 ൽ കുറവ്	14
	40 ൽ കുറവ്	24
	50 ൽ കുറവ്	36
	60 ൽ കുറവ്	44
	70 ൽ കുറവ്	50
	80 ൽ കുറവ്	55

x	20	30	40	50	60	70	80
Y	6	14	24	36	44	50	55

മധ്യം എന്നത് $y = \frac{55}{2} = 27.5$ ആകാൻ എടുക്കേണ്ട 'X' ആണ്

y= 24 നും , y = 36നും ഇടയിലാണ് y = 27.5 ന്റെ സ്ഥാനം

y= 24 ന് X = 40 ഉം

y= 36 ന് X = 50 ഉം ആണ്

$$\frac{x - 40}{50 - 40} = \frac{27.5 - 24}{36 - 24} = \frac{x - 40}{10} = \frac{3.5}{12}$$

$$x = 40 + \frac{35}{12} = 40 + 2.9 = 42.9$$

മധ്യമം = 42.9 ആണ്.

4

മാർക്കുകൾ	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
10 ൽ കുറവ്	8
20 ൽ കുറവ്	18
30 ൽ കുറവ്	33
40 ൽ കുറവ്	49
50 ൽ കുറവ്	74
60 ൽ കുറവ്	86
70 ൽ കുറവ്	94
80 ൽ കുറവ്	100

x	10	20	30	40	50	60	70	80
Y	8	18	33	49	74	86	94	100

മധ്യം എന്നത് $y = \frac{100}{2} = 50$ ആകാൻ എടുക്കേണ്ട 'X' ആണ്

y= 49 നും , y = 74 നും ഇടയിലാണ് y = 50 ന്റെ സ്ഥാനം

y= 49 ന് X = 40 ഉം

y= 74 ന് X = 50 ഉം ആണ്

$$\frac{x - 40}{50 - 40} = \frac{50 - 49}{74 - 49}$$

$$\frac{x - 40}{10} = \frac{1}{25}$$

$$x = 40 + \frac{10}{25} = 40.4$$

മധ്യമ മാർക്ക് = 40

ഉത്തരങ്ങൾ

5

താപനില	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം	ആകെ താപനില
26	4	26x4=104
27	6	27x6=162
28	7	28x7 =196
29	4	29x4=116
30	6	30x6=180
31	3	31x3= 93
Total	30	851

$$\text{താപനിലയുടെ മധ്യം} = \frac{851}{30} = 28.36$$

6

വേതനം	വിഭാഗമധ്യം	ജീവനക്കാരുടെ എണ്ണം	ആകെ വേതനം
100-120	110	5	110x5=550
120-140	130	11	130x11=1430
140-160	150	16	150x16=2400
160-180	170	x	170X x=170x
180-200	190	8	190x8=1520
Total		x+40	170x + 5900

$$\text{മധ്യം} = 155$$

$$\therefore \frac{170x + 5900}{x + 40} = 155$$

$$170x + 5900 = 155 (x + 40)$$

$$170x + 5900 = 155x + 6200$$

$$170x - 155x = 6200 - 5900$$

$$15x = 300$$

$$x = \frac{300}{15} = 20$$

7.

ഭാരം (കി.ഗ്രാം)	ആവൃത്തി
37 ൽ കുറവ്	2
39 ൽ കുറവ്	7
41 ൽ കുറവ്	15
43 ൽ കുറവ്	26
45 ൽ കുറവ്	40
47 ൽ കുറവ്	46
49 ൽ കുറവ്	50

X	37	39	41	43	45	47	49
Y	2	7	15	26	40	46	50

മധ്യമം എന്നത് $Y = \frac{50}{2} = 25$ ആകുമ്പോഴുള്ള 'X' ന്റെ വിലയാണ്

$y = 15$ നും , $y = 26$ നും ഇടയിലാണ് $y = 25$ ന്റെ സ്ഥാനം

$X = 41$ ആകുമ്പോൾ $y = 15$

$X = 43$ ആകുമ്പോൾ $y = 26$

ആനുപാതിക തത്വം അനുസരിച്ച് $\frac{x-41}{43-41} = \frac{25-15}{26-15}$

$$\begin{aligned}
 x - 41 &= 2 \times \frac{10}{11} \\
 &= \frac{20}{11} \\
 &= 1.82
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x &= 1.82 + 41 \\
 &= 42.82
 \end{aligned}$$

മധ്യമഭാരം = 42.82 കി ഗ്രാം.