ഗണിതഗുളിക 2018

പത്താംക്ലാസിലെ ഗണിതപഠനം കുറച്ച് എളുപ്പമാക്കാനായ് ഇരിങ്ങാലക്കുട വിദ്യാഭ്യാസജില്ല ഒരുക്കിയ ഒരു പഠനവിഭവമാണ് ഗണിതഗുളിക. ഒരുമണിക്കൂറുകൊണ്ട് പതിനൊന്നധ്യായങ്ങളും റിവിഷൻനടത്താം എന്നുള്ളതാണ് ഗണിതഗുളിക 2018 ന്റെ പ്രത്യേകത.പോരായ്മകൾ സദയം ക്ഷമിക്കുമെന്ന പ്രതീക്ഷയോടെ ഇത് പത്താംക്ലാസിലെ എല്ലാ വിദ്യാർത്ഥികൾക്കും അധ്യാപകർക്കുമായി സമർപ്പിക്കുന്നു.

UNIT 1

സമാന്തരശ്രേണി

➔ സംഖ്യാശ്രേണിയും ബിജഗണിതവും

5,9,13,17,.............................{5+(n-1)4}
3,6,9,12,...................................[3n]
50,48,46,44,...........................[50+(n-1) ‑ 2]

➔ സമാന്തരശ്രേണിയും അതിന്റെ പൊതുവിത്യാസം,പദങ്ങൾ,പദസ്ഥാനം

2,5,8,11,....................................

പൊതുവിത്യാസം = 5-2 = 3

പദസ്ഥാനം - (1) (2) (3) (4)

പദങ്ങൾ - 2 5 8 11

ഒന്നാംപദം - 2

രണ്ടാംപദം - 5 = 2+3

മൂന്നാംപദം - 8 = 2+3+3 = 2+2*3

നാലാംപദം - 11 = 2+3+3+3 = 2+3*3

....

....

പത്താംപദം = 2+9*3 = 29

ഇരുപതാം പദം = 2+19*3 = 59

nാംപദം = 2+(n-1)3

➔ ആദ്യപദം 'f 'ഉം പൊതുവിത്യാസം 'd'യും ആയാൽ nാംപദം = f+(n-1)d

➔ 4,7,10,13,16,19,..

പൊതുവിത്യാസം = 3

രണ്ടാംപദം = 7

ആറാംപദം = 19

(6-2)3 = 19 – 7

പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ വിത്യാസത്തെ പൊതുവിത്യാസംകൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ പദങ്ങൾതമ്മിലുള്ള വിത്യാസം ലഭിക്കും.

➔ n-ാം പദം x_n ഉംm-ാം പദം x_m ഉംആയാൽ

പൊതുവിത്യാസം $d=(x_m - x_n)/(m-n)$

➔ ആദ്യപദം x_1 ഉം അവസാനപദം x_n ഉം ആയാൽ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം

$$n = \frac{(x_n - x_1)}{d} + 1$$

➔ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണീതരൂപം എല്ലായ്പ്പോഴും an+b എന്ന രൂപത്തി

ലായിരിക്കും.ഇവിടെ 'a' പൊതുവിത്യാസവും a+b ആദ്യപദവുമായിരിക്കും

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ മൂന്നുപദങ്ങൾ a,b,c ആണെങ്കിൽ (a+c) = 2b ആയിരിക്കും.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ഏതുപദത്തെയും പൊതുവിത്യാസംകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടു ന്ന ശിഷ്ടം എല്ലായ്പ്പോഴും ഒരേസംഖ്യതന്നെയായിരിക്കും.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവിത്യാസത്തിന്റെ 'p' മടങ്ങ് nാം പദത്തി ന്റെ കൂടെ കൂട്ടിയാൽ (n+p)പദസ്ഥാനത്തെ പദം ലഭിക്കും.

  4,6,8,10,12,14,16,18,20,................................

  മൂന്നാംപദം =8

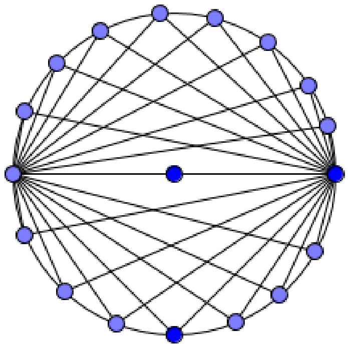
  പത്താംപദം = മൂന്നാംപദം + 7 പൊതുവിത്യാസം = 8 + 2*7 = 22
- ഒന്നുമുതൽ തുടങ്ങുന്ന തുടർച്ചയായ 'n'എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക അവസാന സംഖ്യയുടെയും അതിനടുത്ത എണ്ണൽസംഖ്യയുടെയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതി യാണ്.തുക = n(n+1)/2
- ആദ്യത്തെ 'n' ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക എന്നത് എടുത്തഒറ്റസംഖ്യകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ വർഗ്ഗമാണ്.തുക = n^2
- ആദ്യത്തെ'n' ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെതുക n(n+1) ആകുന്നു
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ കുറെ പദങ്ങളുടെ തുക ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും പദങ്ങളുടെ തുകയെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണംകൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിന്റെ പകുതിയാണ്.തുക = $n/2[x_1+x_n]$
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യപദം 'f 'ഉം പൊതുവിത്യാസം 'd'യും ആയാൽ 'n' പദങ്ങളുടെ തുക   n/2[2f+(n-1)d]
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ 'n' പദങ്ങളുടെ ബീജഗണിതരൂപം pn^2+qn ആയിരിക്കും.ഇവിടെ p യുടെ രണ്ടുമടങ്ങായിരിക്കും പൊതുവിത്യാസം. p,q ഇവയുടെ തുകയായിരിക്കും ആദ്യപദം.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ മധ്യപദം ലഭി ക്കാൻ പദങ്ങളുടെതുകയെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണംകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മതി.

  3,5,7,9,11,13,15

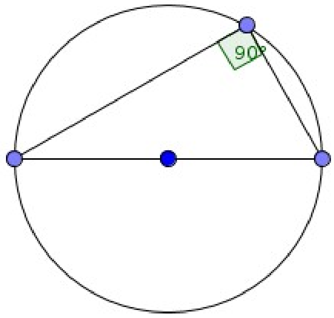
  മധ്യപദം 9=63/7
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ പദങ്ങളുടെതുക ലഭിക്കാൻ മധ്യപദത്തെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണംകൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മതി.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ അടുത്തടുത്ത മൂന്നുപദങ്ങളുടെ തുക എന്നുതുടങ്ങുന്ന ചോദ്യത്തിന് ശ്രേണി (a-d),a,(a+d)എന്നും അഞ്ചുപദങ്ങളുടെ തുക എന്നുതുടങ്ങുന്ന ചോദ്യത്തിന് ശ്രേണി (a-2d),(a-d),a,(a+d),(a+2d)എന്നും എടുക്കണം.

UNIT 2 CIRCLES

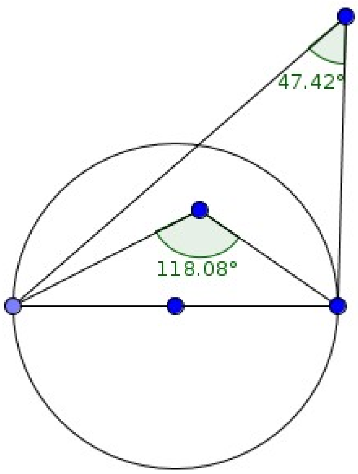
- ➔ ഒരു നിശ്ചിതനിളമുള്ള വര വികർണ്ണമാകുന്ന അനേകം മട്ടത്രികോണങ്ങൾ വരക്കാം .മട്ടമൂലകളുടെ സഞ്ചാരപാത ഒരു വൃത്തമാണ്.



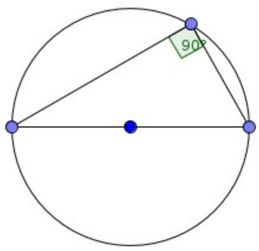
- ➔ ഒരു വൃത്തത്തിലെ വ്യാസത്തിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങൾ വൃത്തത്തിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാലുണ്ടാകുന്ന കോൺ മട്ടകോൺ



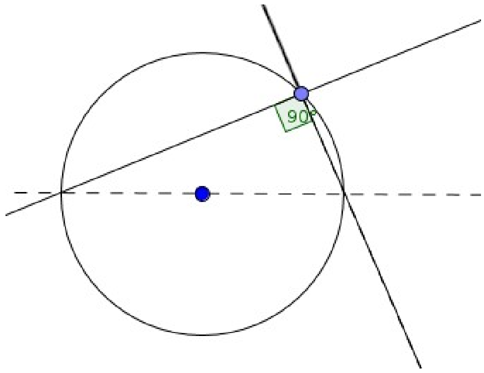
- ➔ വ്യാസത്തിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങൾ വൃത്തത്തിനക<u>ത്തും</u> പുറ<u>ത്തും</u> കൂട്ടിമുട്ടിയാൽ



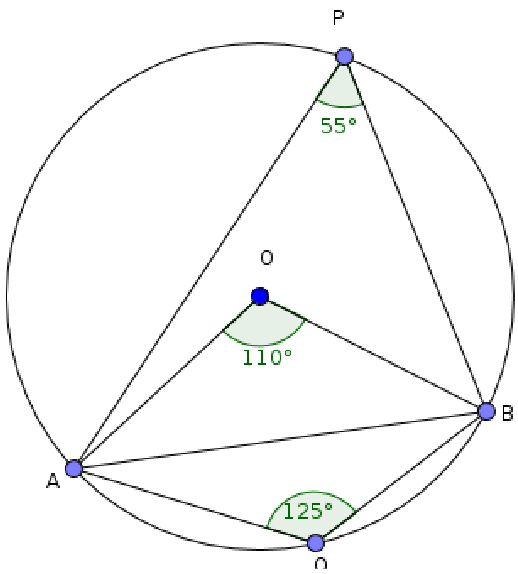
- ➔ വൃത്തവ്യാസത്തിന്റെ അറ്റത്തിലൂടെ വരയ്ക്കുന്ന വരകൾ പരസ്പരം ലംബമാണെങ്കിൽ അവ കൂട്ടിമുട്ടുന്നത് വൃത്തത്തിൽ



➔ ഒരേ വര കർണ്ണമാകുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളിലെ മട്ടമൂലകൾ വൃത്തത്തിലാകുന്നത് എന്തുകൊണ്ട് ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽനിന്ന് പരസ്പരം ലംബമായി വരയ്ക്കുന്ന വരകൾ വൃത്തത്തെ മുറിക്കുന്നത് ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലാണ്.തുടർന്ന് മട്ടം ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തകേന്ദ്രം കണ്ടുപിടിക്കുന്നു.



➔ വ്യാസമല്ലാത്ത ഞാൺ വൃത്തത്തെ ചെറുതും വലുതുമായ രണ്ട് ഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു.ഇരുഭാഗത്തുമുള്ള കോണുകൾ മട്ടമല്ല.വലിയഭാഗത്തിലെ ഏതുബിന്ദുവുമായും ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ യോജിപ്പിച്ചുകിട്ടുന്ന കോൺ അവ വൃത്തകേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിച്ചുകിട്ടുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ്.ചെറിയ ഭാഗത്തിലെ ഏതുബിന്ദുവുമായും ഞാണിന്റെ അറ്റങ്ങൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന കോൺ കേന്ദ്രത്തിലെ കോണിന്റെ പകുതി 180 ൽനിന്ന് കുറച്ചതാണ്.വ്യാസവും വലിയചാപവും ചെറിയ ചാപവും ചർച്ചചെയ്യണം

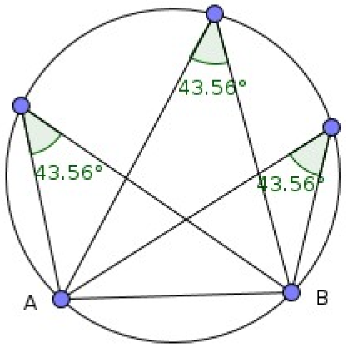


∟AOB = 110, ∟APB = 110/2 = 55

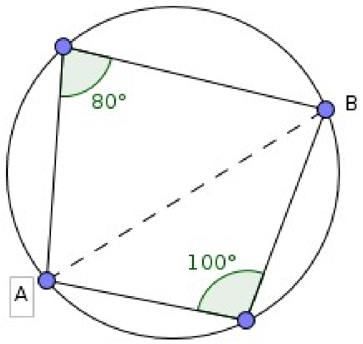
∟AQB = 180 – (110/2)

➔ ഞാണിന്റെ ഇരുഭാഗത്തുമുള്ള കോണുകളെ സംബന്ധിക്കുന്ന രണ്ട് തത്വങ്ങൾ

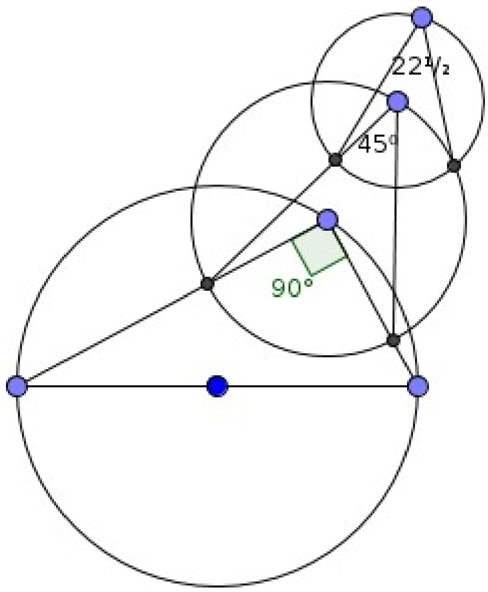
a)വൃത്തത്തിലെ ഒരുചാപം മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകളെല്ലാം തുല്യമാണ്.അതായത് ഒരേവൃത്തഭാഗത്തിലെ കോണുകളെല്ലാം തുല്യം.



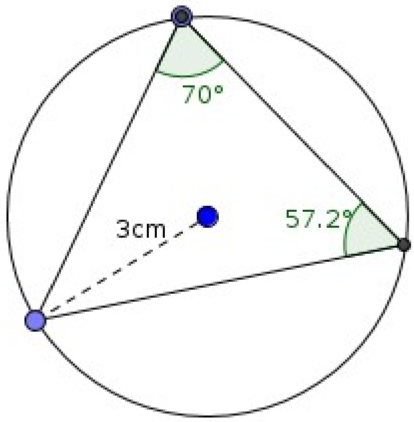
b)വൃത്തത്തിലെ ഒരുചാപത്തിലും മറുചാപത്തിലുമുണ്ടാകുന്ന ഏത്ജോഡികോണുകളും അനുപൂരകങ്ങളാണ്.



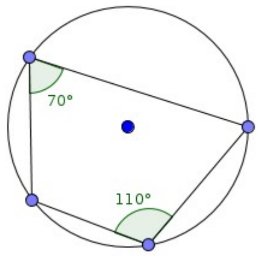
➔ 22½,11¼ കോണുകൾ കോൺമാപിനി ഇല്ലാതെ വരക്കുന്ന വിധം

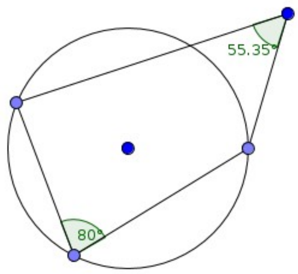


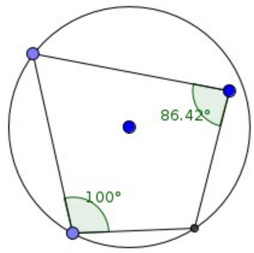
➔ നിശ്ചിതകോണകളും നിശ്ചിതപരിവൃത്തവുമുള്ള ത്രികോണം വരക്കുന്ന വിധം



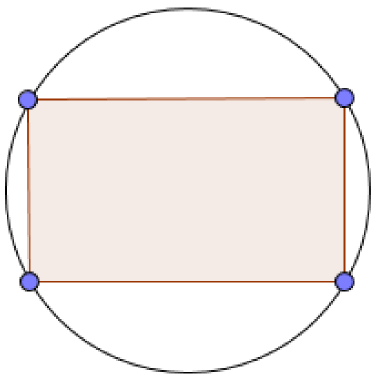
- ഏതൊരുചതുർഭുജത്തിന്റെയും മൂന്നുമൂലകളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം വരക്കാം.(പരിവൃത്തം).നാലാംമൂല വൃത്തത്തിനകത്തൊ പുറത്തൊ വൃത്തത്തിലൊ ആകാം.വൃത്തത്തിലായാൽ ആ മൂലയിലെയും എതിർമൂലയിലെയും കോണുകളുടെ തുക 180.വൃത്തത്തിനുപുറത്തായാൽ 180 നേക്കാൾ കുറവ്,വൃത്തത്തിനകത്തായാൽ 180 നേക്കാൾ കൂടുതൽ

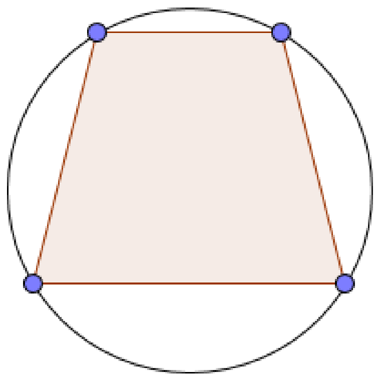






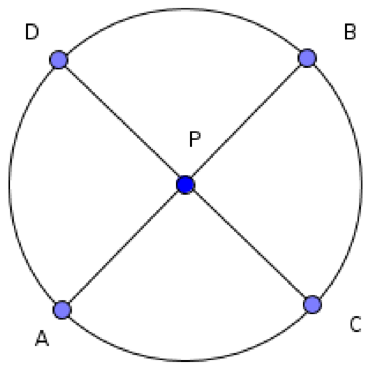
- ചക്രീയചതുർഭുജം
- ചതുരവും സമപാർശ്വലംബകവും ചക്രീയമാണ്.





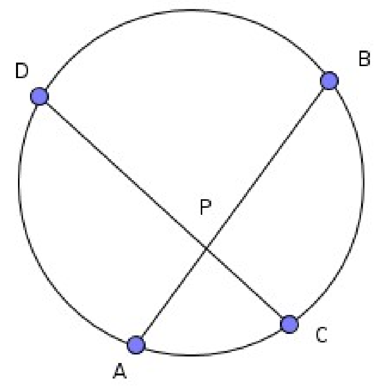
- വൃത്തത്തിലെ രണ്ടുഞാണുകൾ പരസ്പരം മുറിച്ചുകടക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന ഭാഗങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

a)ഞാണുകൾ വ്യാസങ്ങൾ



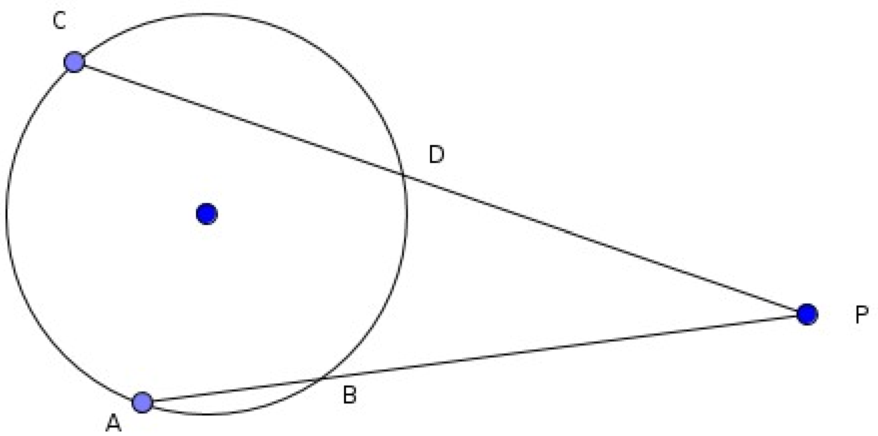
PA=PB=PC=PD

b)വ്യാസങ്ങളല്ലാത്ത ഞാണുകൾ



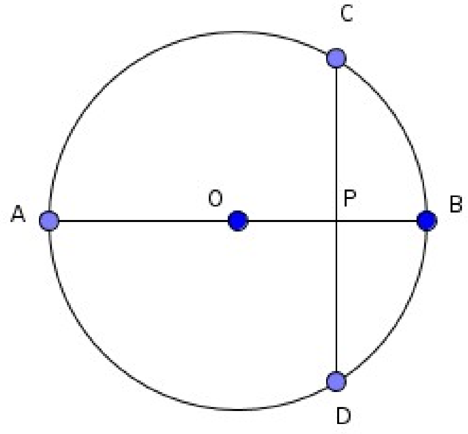
PA x PB = PC x PD

c)മുറിച്ചുകടക്കുന്നത് വൃത്തത്തിനുപുറത്തായാൽ

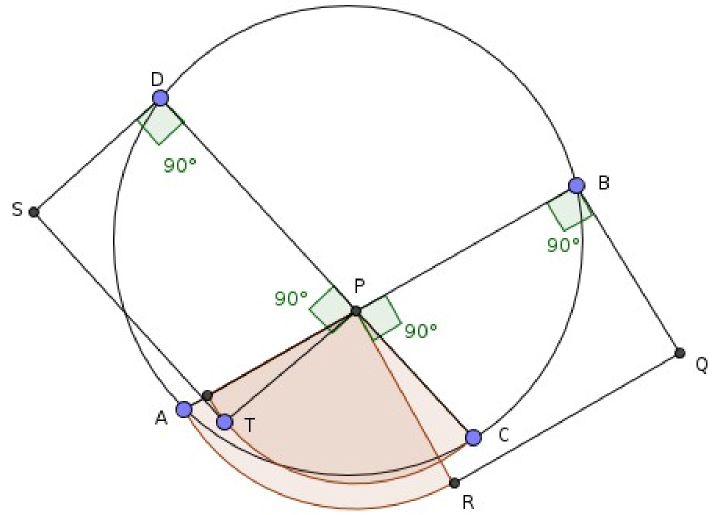


PA x PB = PC x PD

d)ഒരുവ്യാസത്തിനെ അതിനുലംബമായ ഞാൺ മുറിച്ചാൽ

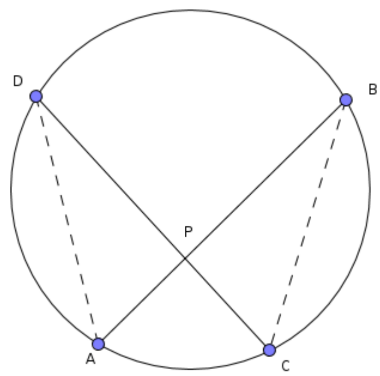


➔ e)ഭാഗങ്ങളെ ചതുരപരപ്പളവായി കണ്ടുള്ള വിശദീകരണം



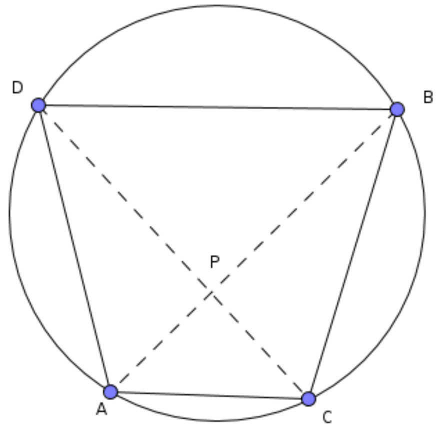
ചതുരം PTSD യുടെ പരപ്പളവ് = ചതുരം PRQB യുടെ പരപ്പളവ്

➔ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ഞാണുകളുടെ അഗ്രങ്ങൾ യോജിപ്പിച്ച് രണ്ട് സദൃശ്യത്രികോണങ്ങളുണ്ടാക്കാം.



Δ APD,Δ CPB എന്നിവ സദൃശ്യത്രികോണങ്ങളാണ്

- ➔ ഒരു ചക്രീയചതുർഭുജത്തിലെ വികർണ്ണങ്ങൾ വരക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന നാലുത്രികോണങ്ങളിൽ എതിർജോടിത്രികോണങ്ങളിലെ കോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കും.



- ➔ ΔAPC,ΔBPD എന്നിവയുടെയും ΔAPD,ΔCPB എന്നിവയുടെയും കോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കും.

UNIT 3
സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

- ➔ സാധ്യത എന്ന ആശയം ഭിന്നസംഖ്യയിലൂടെ അവതരിപ്പിക്കുന്നു.
- ➔ ജ്യാമിതീയരൂപങ്ങളിലൂടെ സാധ്യതകൾ അവതരിപ്പിക്കുന്നു.
- ➔ ഒരു സംഭവത്തിന് അനുകൂലഫലങ്ങൾ ആകെ ഉണ്ടാകുന്ന ഫലങ്ങളിൽനിന്ന് എണ്ണിയെടുത്ത് ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിൽ സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നു.
- ➔ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം കൂടുതലാകുമ്പോൾ ആകെഫലങ്ങളും അനുകൂലഫലങ്ങളും മൊത്തത്തിൽ കണക്കാക്കാനുള്ള ചില രീതികൾ അവതരിപ്പിക്കുന്നു.

അനുകൂലഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം

- ➔ സാധ്യത = --------------------------------

ആകെഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം

UNIT 4
രണ്ടാംകൃതിസമവാക്യം

1)$(x+a)^2=b$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള രണ്ടാംകൃതിസമവാക്യങ്ങൾ

2)$x^2+ax=b$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള രണ്ടാംകൃതിസമവാക്യങ്ങൾ

3)അളവുകളുടെ രണ്ടാംകൃതിസമവാക്യം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുമ്പോൾ അധിസംഖ്യയും ന്യൂനസംഖ്യയും സന്ദർഭത്തിനനുസരിച്ച് തിരഞ്ഞെടുക്കണം

4)സൂത്രവാക്യമുപയോഗിച്ച് രണ്ടാംകൃതിസമവാക്യം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നു.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

5)ഒരു രണ്ടാംകൃതിബഹുപദത്തിൽനിന്ന് പൂജ്യംകിട്ടാൻ എടുക്കേണ്ട സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കുന്ന പൊതുവായ മാർഗ്ഗം.

UNIT 5

<u>ത്രികോണമിതി</u>

1)നിശ്ചിതകോണുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം കണക്കാക്കുന്നു.

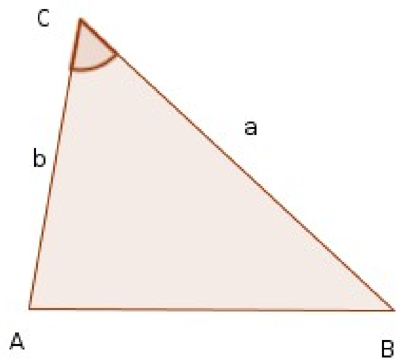
- ✗ കോണുകൾ 60°,60°,60° ആയാൽ വശങ്ങൾ 1:1:1
- ✗ കോണുകൾ 45°,45°,90° ആയാൽ വശങ്ങൾ 1:1:√2 (90° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം കിട്ടാൻ 45°യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശത്തെ √2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മതി.)
- ✗ കോണുകൾ 30°,60°,90° ആയാൽ വശങ്ങൾ 1:√3:2(60° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം കിട്ടാൻ 30°യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശത്തെ √3 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മതി.90° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം കിട്ടാൻ 30°യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശത്തെ 2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മതി.)

2)ഒരേകോണുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങൾ പല വലിപ്പത്തിൽ വരച്ചാൽ വശങ്ങളുടെ നീളം മാറുമെങ്കിലും അവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം മാറുന്നില്ല.

3)ഏതുത്രികോണത്തിലും കോണുകൾ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം നിശ്ചയിക്കുന്നു.

4)കോണുകളുടെ വലിപ്പത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യകളാണ് Sin,Cos എന്നിവ

5)ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടുവശങ്ങളും ഒരുകോണും തന്നാൽ പരപ്പളവും മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളവും കണക്കാക്കാം.



ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ abSin C

ചുരുക്കത്തിൽ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ x ആദ്യത്തെ വശം x രണ്ടാമത്തെ വശം x Sin(വശങ്ങൾ

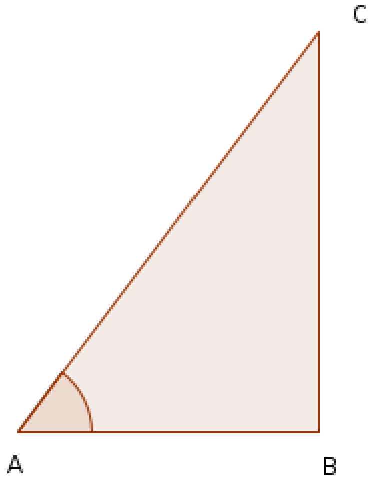
തമ്മിലുള്ള കോൺ)

6)ആരം 'r'ആയ വൃത്തത്തിൽ കേന്ദ്രകോൺ c° ആയ ഞാണിന്റെ നീളം 2rSin[c/2]°

7)ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം അതിന്റെ കോണുകളുടെ Sin അളവുകളെ പരിവൃത്തവ്യാസംകൊണ്ട് ഗുണിച്ചതാണ്.ഏതെങ്കിലുംകോൺ മട്ടത്തിനേക്കാൾ വലുതാണെങ്കിൽ,അതിന്റെ അനുപൂരകകോണിന്റെ Sin എടുക്കണം.ഒരുകോൺ മട്ടമാണെങ്കിൽ,അതിന്റെ എതിർവശം പരിവൃത്തവ്യാസംതന്നെ.

8)കോണിന്റെ Tan എന്ന അളവ്

9)



SinA = BC/AC

CosA = AB/AC

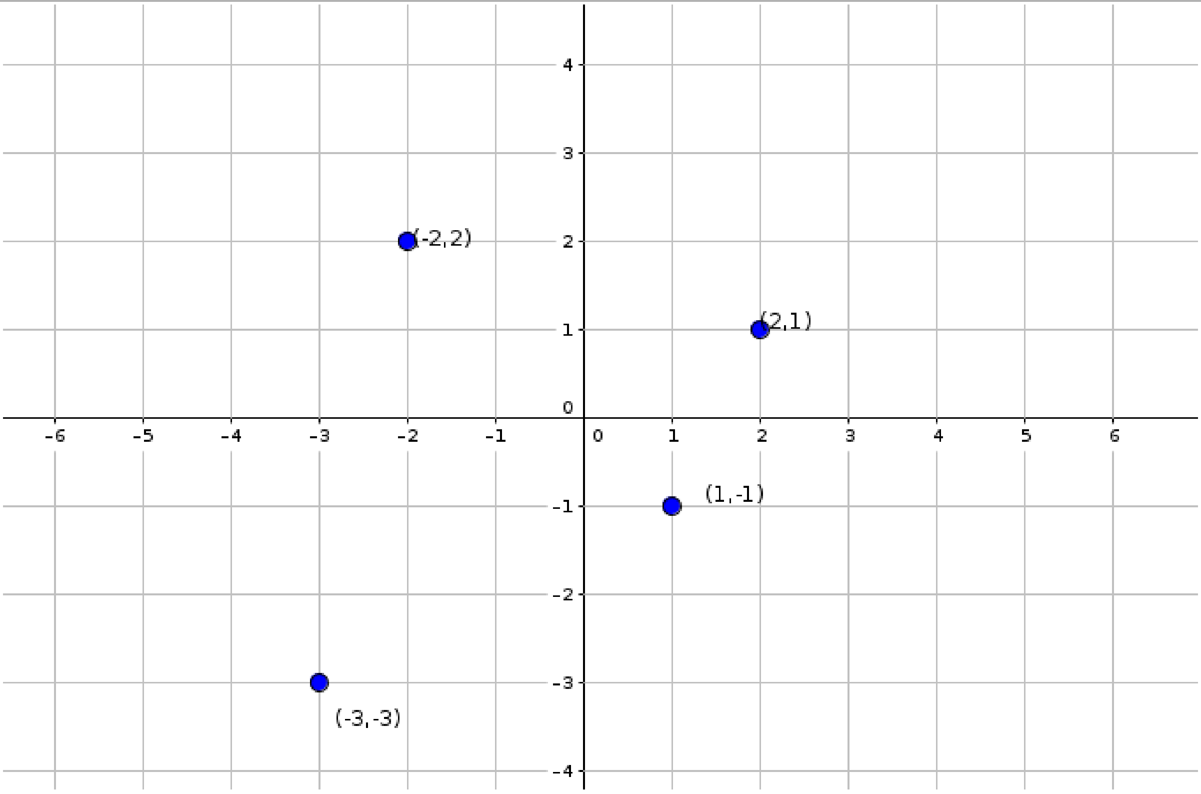
TanA = BC/AB

10)മേൽകോൺ,കീഴ്കോൺ എന്നീ ആശയങ്ങൾ.

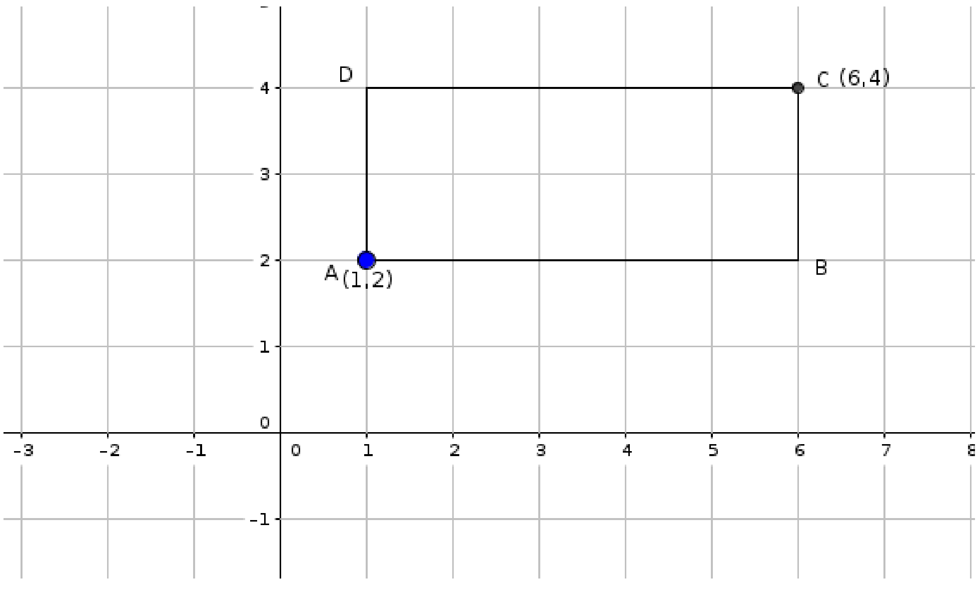
11)മേൽകോൺ,കീഴ്കോൺ എന്നീ ആശയങ്ങളുപയോഗിച്ച് അകലങ്ങളും ഉയരങ്ങളും കണ്ടുപിടിക്കുന്നു.

UNIT 6
സൂചകസംഖ്യകൾ

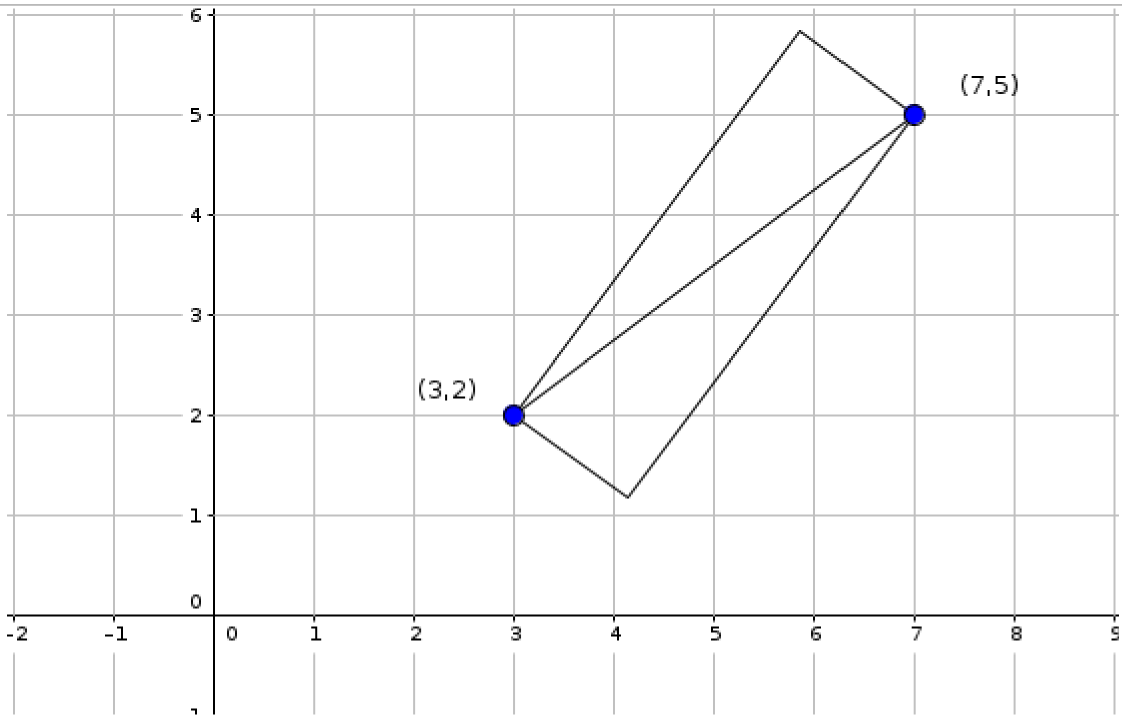
- ഒരു സമതലത്തിലെ ബിന്ദുക്കളെയെല്ലാം സംഖ്യാജോടികൾകൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാം
- സംഖ്യാജോടികളെയെല്ലാം സമതലത്തിലെ ബിന്ദുക്കളായി അടയാളപ്പെടുത്താം.

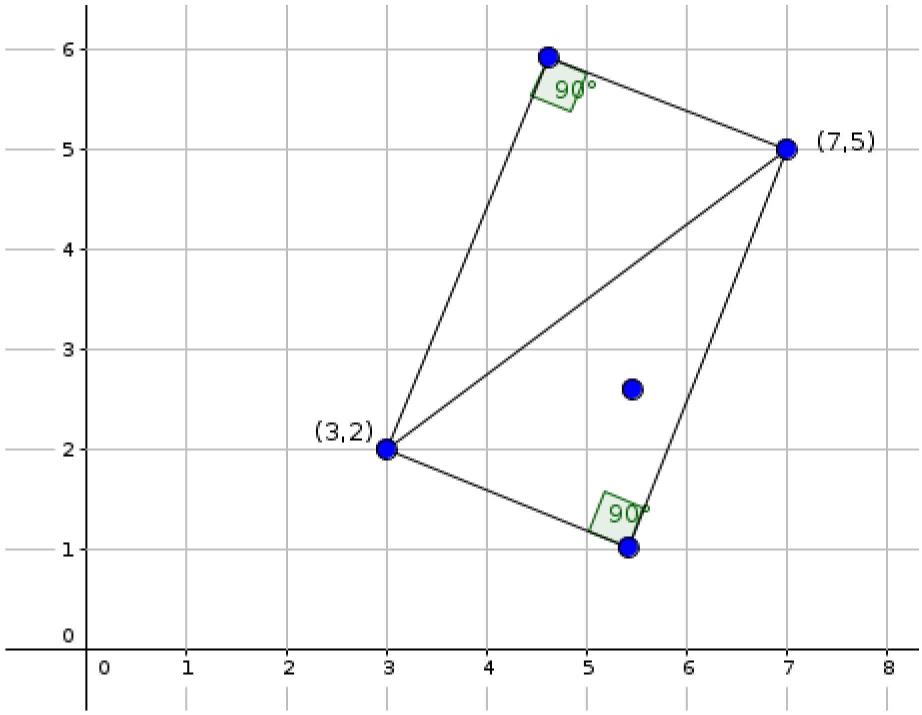


- അക്ഷങ്ങൾ വരച്ചിട്ടുള്ള ഒരുസമതലത്തിലെ (ദേക്കാർത്ത് തലം)രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര ഒരക്ഷത്തിനും സമാന്തരമല്ലെങ്കിൽ,ഈ ബിന്ദുക്കൾ എതിർമൂലകളായും വശങ്ങൾ അക്ഷത്തിനുസമാന്തരമായും ഒരു ചതുരമുണ്ട്.



- അക്ഷങ്ങൾ വരച്ചിട്ടുള്ള ഒരുസമതലത്തിലെ (ദേക്കാർത്ത് തലം)രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര ഒരക്ഷത്തിനും സമാന്തരമല്ലെങ്കിൽ,ഈ ബിന്ദുക്കൾ എതിർമൂലകളായി വശങ്ങൾ അക്ഷത്തിനുസമാന്തരമല്ലാത്ത എത്രചതുരം വേണ മെങ്കിലും വരയ്ക്കാവുന്നതാണ്.





- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് ദേക്കാർത്ത് തലത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുന്ന രീതി.

  a)ഒരേ y സൂചകസംഖ്യ ഉള്ള ബിന്ദുക്കളെല്ലാം,x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു

വരയിലാണ്.അത്തരം രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾതമ്മിലുള്ള അകലം,അവയുടെ x സൂചക സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസമാണ്.

$(x_1,y),(x_2,y)$ തമ്മിലുള്ള അകലം$=|x_1- x_2|$

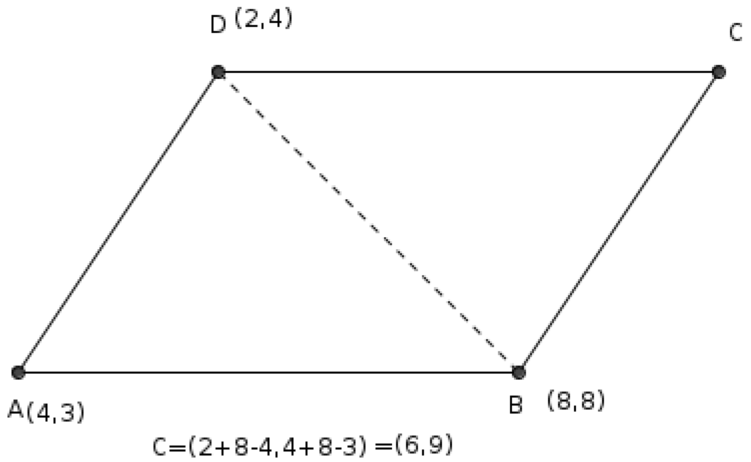
b)ഒരേ x സൂചകസംഖ്യ ഉള്ള ബിന്ദുക്കളെല്ലാം,y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലാണ്.അത്തരം രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾതമ്മിലുള്ള അകലം,അവയുടെ y സൂചക സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസമാണ്.

$(x,y_1),(x,y_2)$ തമ്മിലുള്ള അകലം$=|y_1- y_2|$

c)സൂചകസംഖ്യകൾ $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ ആയ ഏത് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾതമ്മിലുള്ള അകലം $\sqrt{(x_1- x_2)^2+(y_1- y_2)^2}$

d)സൂചകസംഖ്യകൾ (x,y)ആയ ബിന്ദുവും,ആധാരബിന്ദുവും തമ്മിലുള്ള അകലം $\sqrt{x^2+y^2}$

- ഒരു സാമാന്തരീകത്തിന്റെ മൂന്നുമൂലകൾ തന്നാൽ നാലാമത്തെ മൂല കണക്കാക്കുന്ന രീതി.

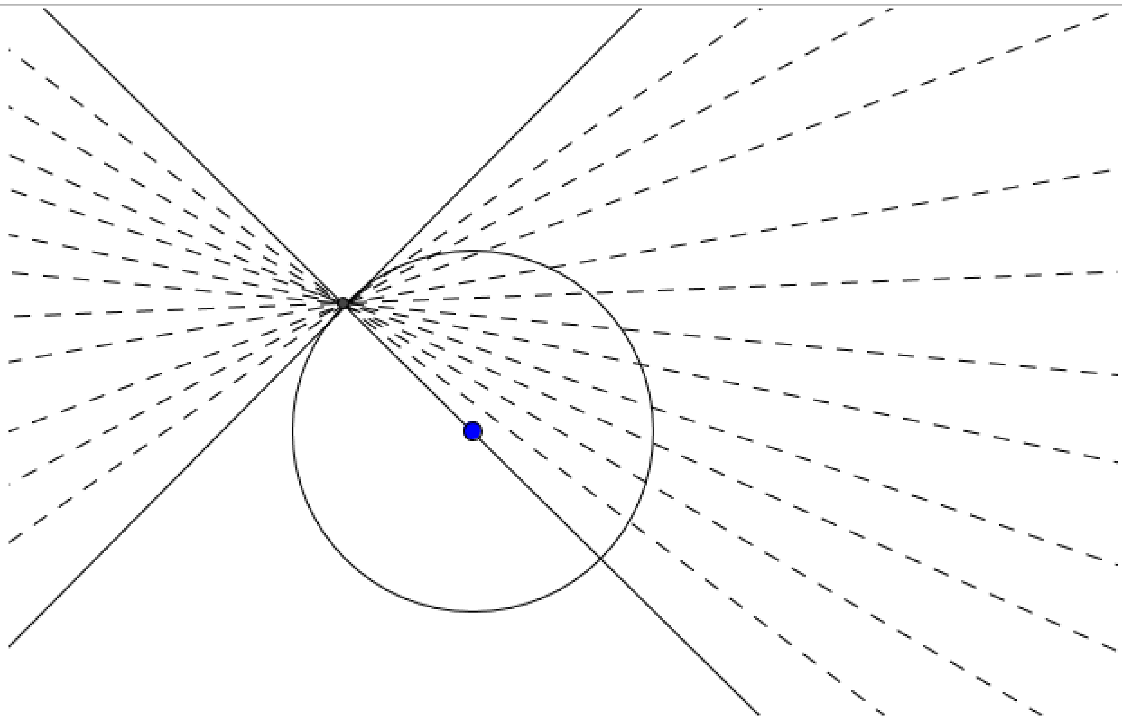


UNIT 7

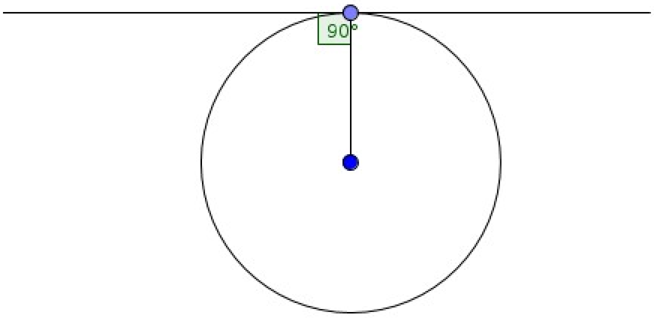
തൊട്ടുവരകൾ

വൃത്തത്തിലെ ഒരുബിന്ദുവിൽനിന്നുള്ള തൊട്ടുവര

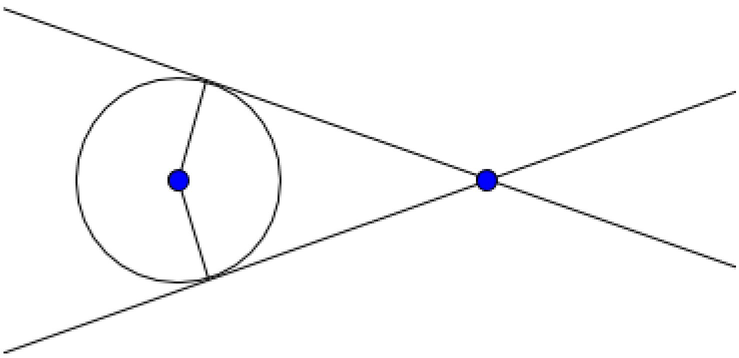
- വൃത്തത്തിലെ ഒരുബിന്ദുവിലൂടെ അനേകം വരകൾ വരക്കാം.അതിൽ ഒന്ന് തൊട്ടുവരയും മറ്റേത് വ്യാസവുമാണ്.



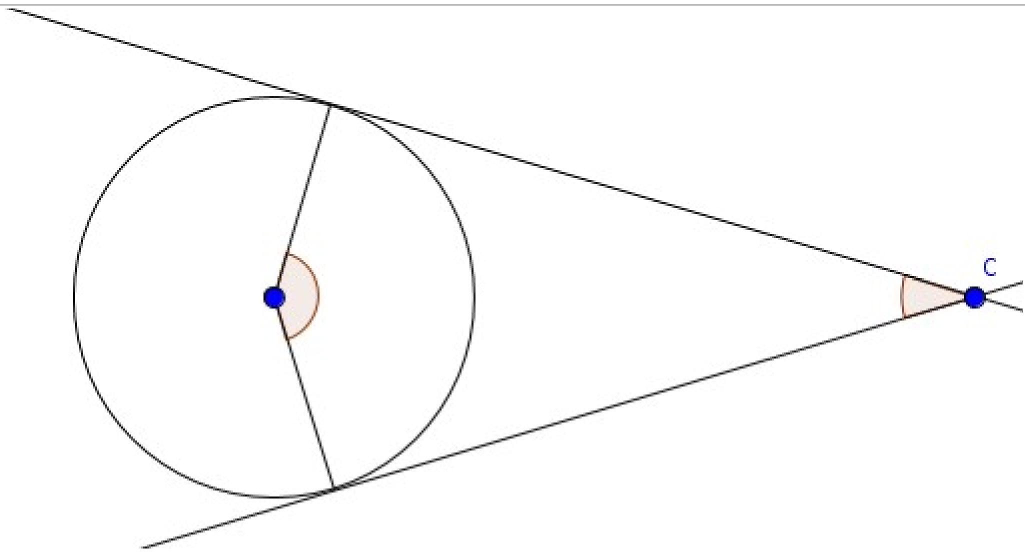
- ഒരുവൃത്തത്തിലെ ഒരുബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊട്ടുവര,ആബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള വ്യാസത്തിനു ലംബമാണ്.



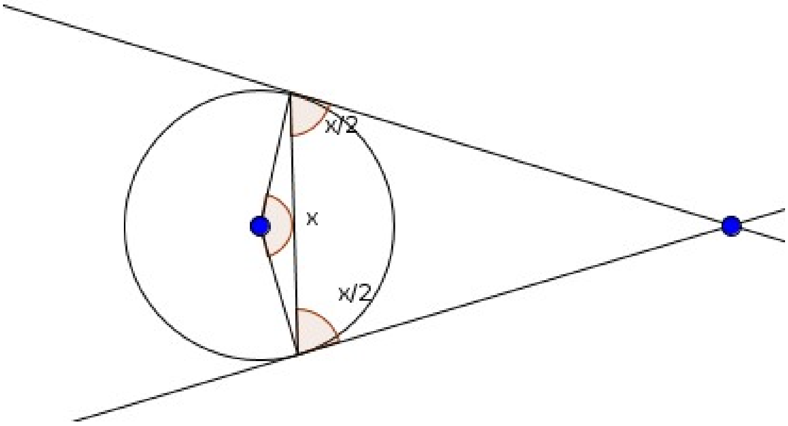
- ഒരുവൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും അതിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളും ഈബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊട്ട വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവും മൂലകളായ ചതുർഭുജം ചക്രീയമാണ്.



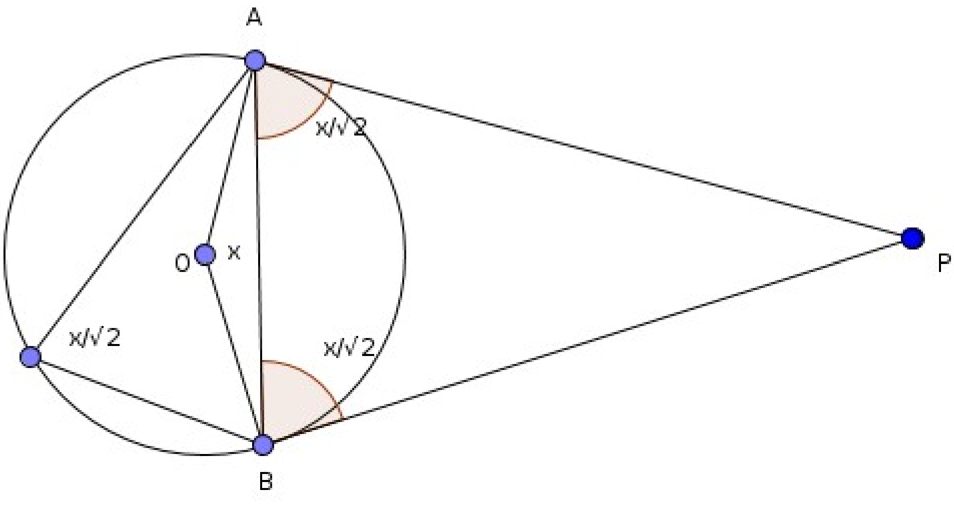
- ഒരുവൃത്തത്തിലെ രണ്ടുബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ ചേരുന്നകോണും,ഈബിന്ദുക്കളിലെ തൊട്ടുവരകൾ ചേരുന്നകോണും അനുപൂരകമാണ്.



- വൃത്തത്തിലെ ഒരുഞാണിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ഞാണുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ,ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്.

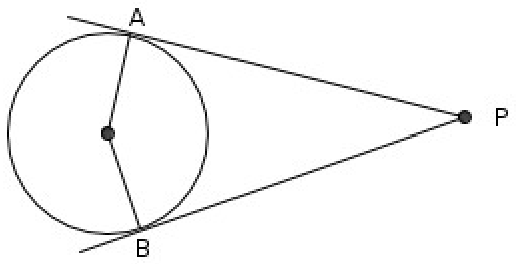


- വൃത്തത്തിലെ ഒരുഞാൺ അതിന്റെ അറ്റത്തുള്ള തൊടുവരയുമായി ഒരുവശത്ത് ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ മറുവശത്തുള്ള വൃത്തഭാഗത്ത് ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന് തുല്യമാണ്.

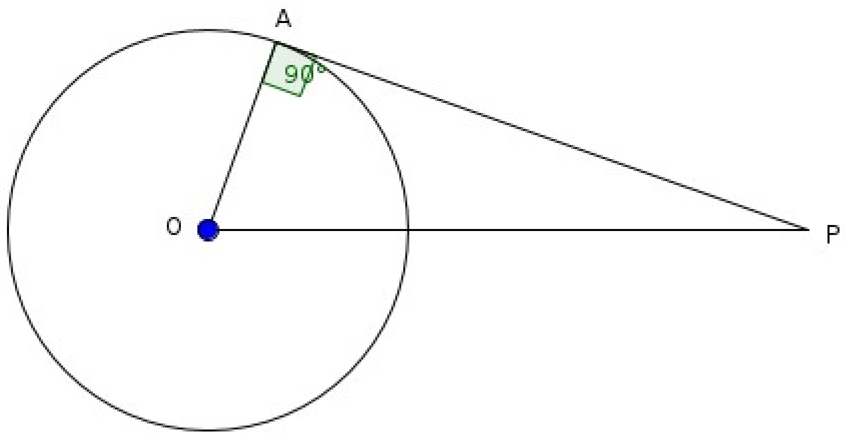


വൃത്തത്തിനപുറത്തെ ഒരുബിന്ദുവിൽനിന്നുള്ള തൊട്ടുവര

- വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽനിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട്തൊട്ടുവരകൾ വരക്കാം.അവയുടെ നീളങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കും.

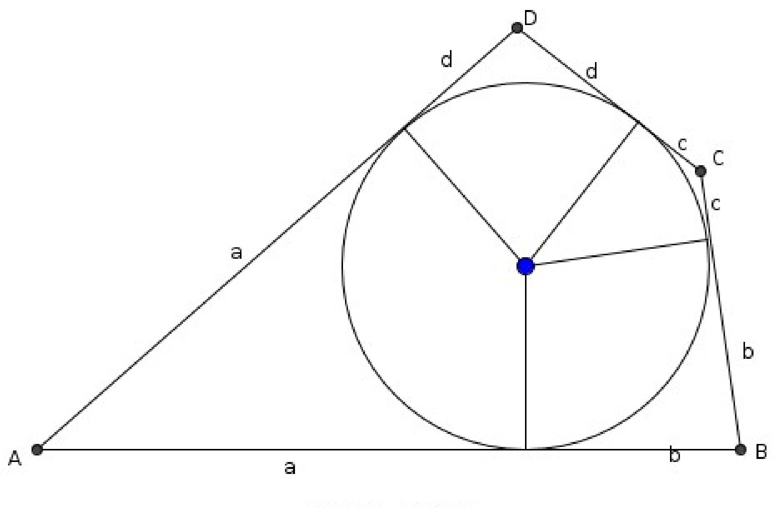


- O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ തൊട്ടുവരയാണ് AP.പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച്



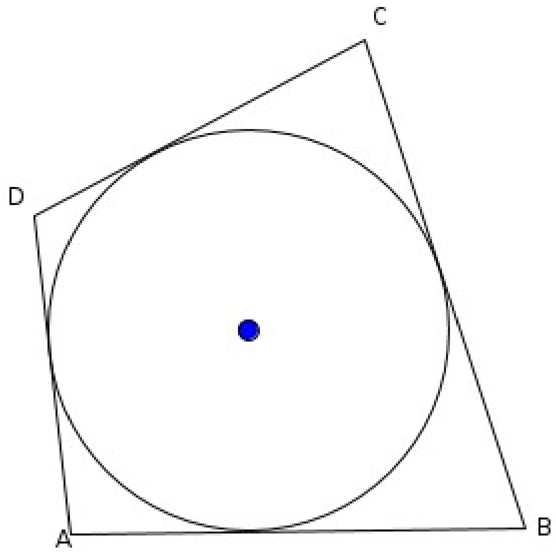
$OP^2=OA^2+PA^2$

- ഒരുവൃത്തത്തിലെ നാലുബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊട്ടുവരകൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർവശങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണ്.



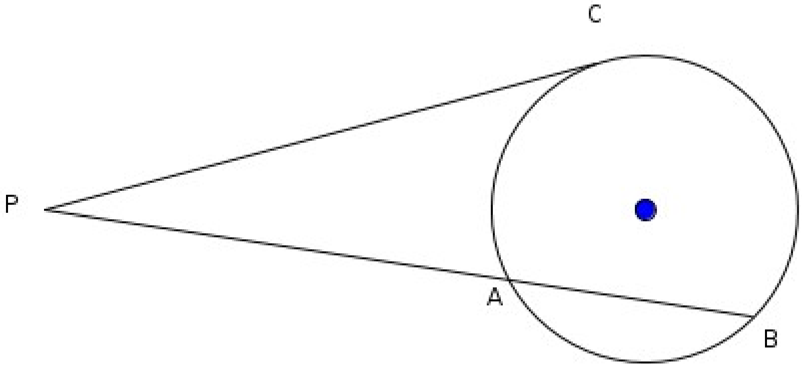
$AB+CD=BC+AD$

മുകളിലെ ചിത്രം താഴത്തെപോലെ ചുരുക്കിവരക്കാം



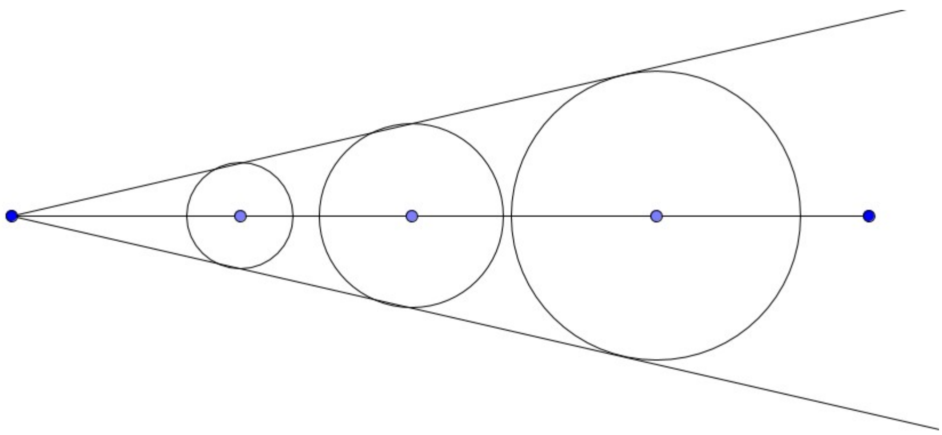
$AB + CD = AD + BC$

- മുറിക്കുന്ന വരയുടെയും വൃത്തത്തിനുപുറത്തുള്ള ഭാഗത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം തൊടുവരയു ടെ വർഗ്ഗത്തിനുതുല്യമാണ്.

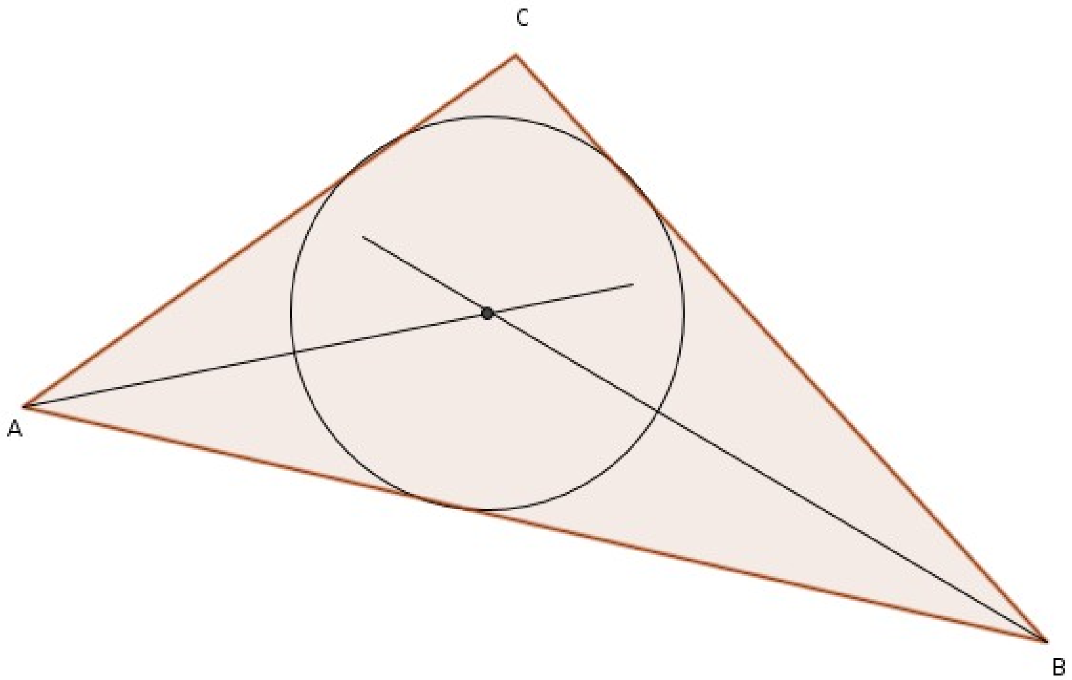


$PA \times PB = PC^2$

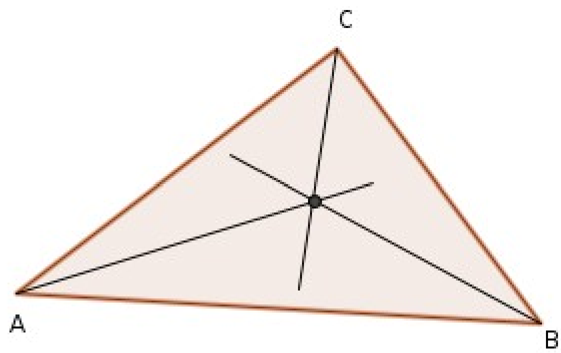
- കൂട്ടിമുട്ടുന്ന രണ്ടുവരകളെ തൊടുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം,വരകൾചേരുന്ന കോണിന്റെ സമഭാജിയിലാണ്.



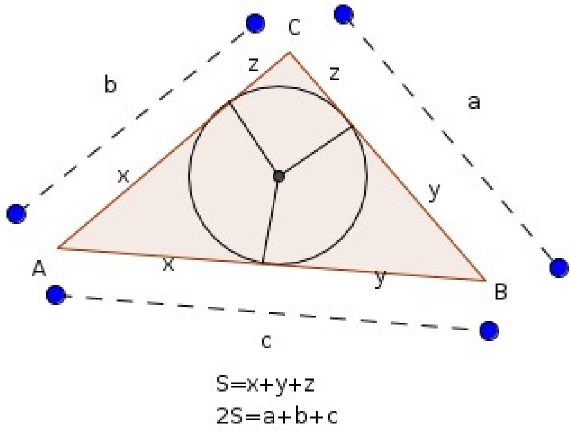
- അന്തർവൃത്തം എന്ന ആശയം



- ഏതുത്രികോണത്തിലും കോണുകളുടെ സമഭാജികളെല്ലാം ഒരുബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

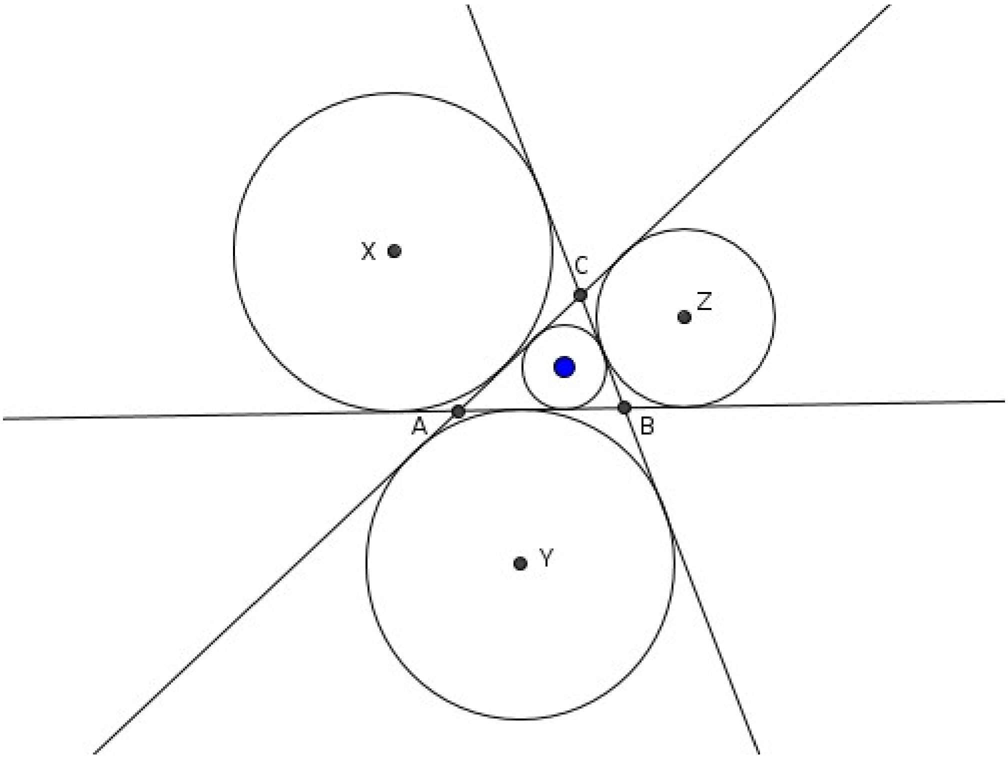


- ഒരുത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം,ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിനെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതികൊണ്ട് ഹരിച്ചതിനുതുല്യമാണ്.



'r'അന്തർവൃത്തആരവും 'A'ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവും 's'ചുറ്റളവിന്റെ പകുതിയും ആയാൽ r=A/s

- ബാഹ്യവൃത്തം എന്ന ആശയം



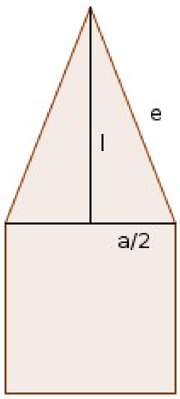
X,Y,Z കേന്ദ്രമായ വൃത്തങ്ങളാണ് ബാഹ്യവൃത്തങ്ങൾ.

- ഒരുത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണാനുള്ള ഹെറോണിന്റെ സൂത്രവാക്യം. $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

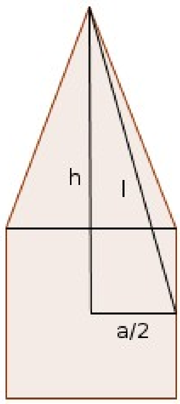
UNIT 8
ഘനരൂപങ്ങൾ

സമചതുരസ്തൂപിക

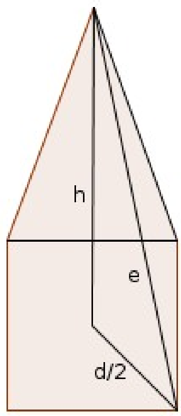
- ✗ ഒരുസമചതുരസ്തൂപികക്ക് ഒരു പാദവും നാലുപാർശ്വമുഖങ്ങളുമാണുള്ളത്.
- ✗ പാദമുഖം സമചതുരവും പാർശ്വമുഖങ്ങൾ സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളുമാണ്.
- ✗ ഒരുസമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്ക് 'a'യും,പാർശ്വവക്ക് 'e'യും,പാദമുഖവികർണ്ണം 'd' യും,പാർശ്വോന്നതി 'l'ഉം,ഉന്നതി 'h'ഉംആയാൽ ഇവയെ മൂന്ന് മട്ടത്രികോണങ്ങളാൽ ബന്ധിപ്പിക്കാം.



$e^2=(a/2)^2+l^2$



$l^2=(a/2)^2+h^2$



$e^2=(d/2)^2+h^2$

- ✗ ഒരുസമചതുരസ്തൂപികയുടെപാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് = 1/2 x പാദചുറ്റളവ് x പാർശ്വോന്നതി

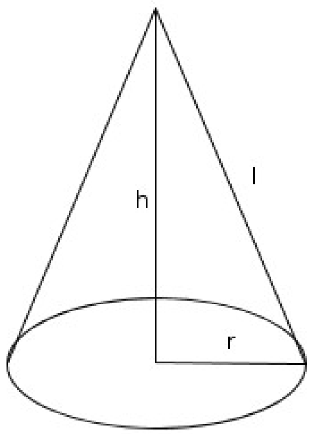
  =2al
- ✗ ഒരുസമചതുരസ്തൂപികയുടെഉപരിതലപരപ്പളവ് = പാർശ്വമുഖപരപ്പളവ് + പാദപരപ്പളവ്

  $= 2al + a^2$
- ✗ ഒരുസമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = 1/3 x പാദപരപ്പളവ് x ഉയരം

  $=1/3 \times a^2h$

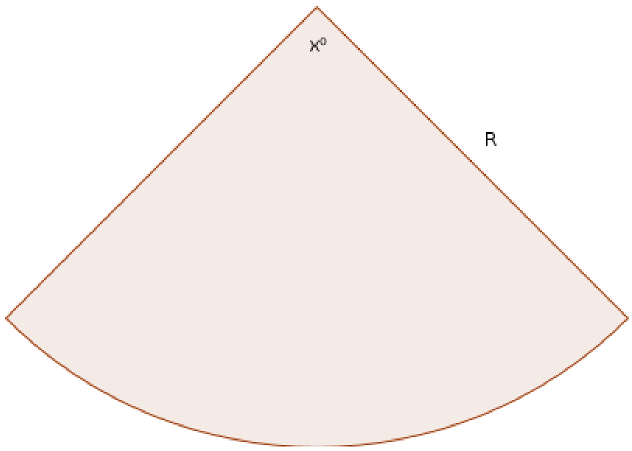
<u>വൃത്തസ്തൂപിക</u>

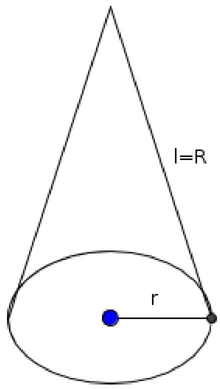
- ✗ ഒരു വൃത്തസ്തൂപികക്ക് ഒരുവക്രമുഖവും ഒരുപാദമുഖവുമുണ്ട്.പാദമുഖം വൃത്താകൃതിയാണ്.
- ✗ ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരവും ഉയരവും പാർശ്വോന്നതിയും ചേർന്നാൽ മട്ടത്രികോണം രൂപികൃതമാകുന്നു.



$l^2=r^2+h^2$

- ✗ ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക രൂപീകൃതമാകുന്നത് ഒരുകട്ടികടലാസ് വൃത്താംശം വളച്ച് ഒട്ടിക്കുമ്പോഴാണ്.വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വോന്നതിയും വൃത്താംശത്തിലെ ചാപത്തിന്റെനീളം വൃത്തസ്തൂപികയുടെപാദമുഖത്തെ ചുറ്റളവും ആയിമാറുന്നു.





വൃത്താംശത്തിലെ ചാപത്തിന്റെനീളം $= \dfrac{2\prod R * x}{360}$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെപാദമുഖത്തെ ചുറ്റളവ് $= 2\prod r$

ആയതിൽനിന്നും $\dfrac{R * x}{360} = r$

- ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രമുഖപരപ്പളവ് $= \prod rl$
- ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് $= \prod rl+\prod r^2$
- ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $= 1/3 \text{ x } \prod r^2 h$

<u>ഗോളം</u>

- ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് $= 4\prod r^2$
- ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $= 4/3\ \prod r^3$

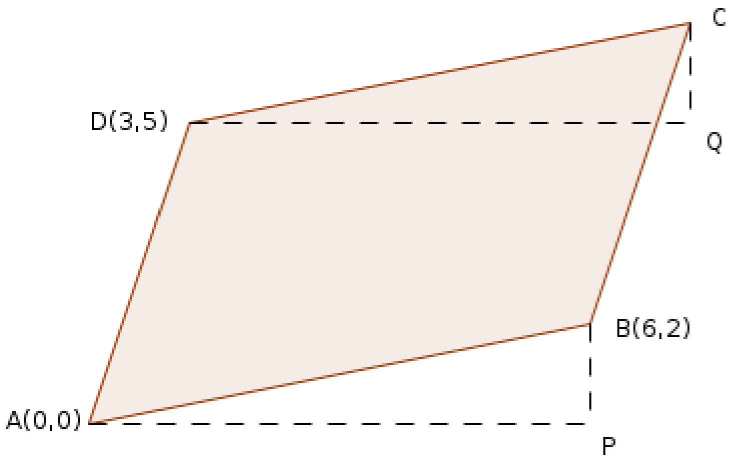
<u>അർധഗോളം</u>

- ഒരു അർധഗോളത്തിന്റെ വക്രമുഖപരപ്പളവ് $= 2\prod r^2$
- ഒരു അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് $= 3\prod r^2$
- ഒരു അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $= 2/3\ \prod r^3$

<u>UNIT 9</u>
<u>ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും</u>

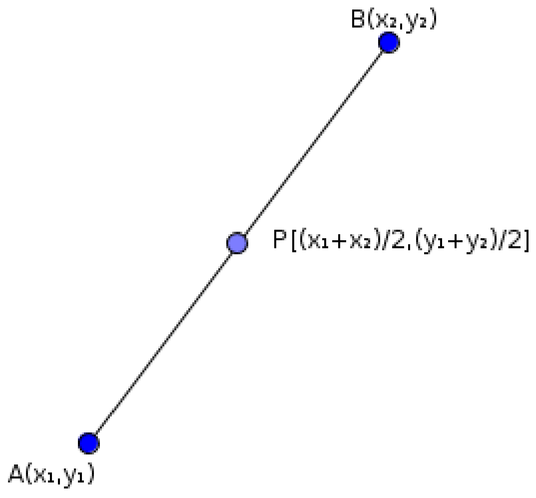
1)അക്ഷങ്ങളിലൊന്നിനും സമാന്തരമല്ലാത്ത ഒരുവരയിലെ രണ്ടുബിന്ദുക്കളിലൂടെ അക്ഷങ്ങൾക്കുസമാന്തരമായ വരകൾവരച്ചാൽ ഒരുമട്ടത്രികോണം കിട്ടും. ഒരുവരയിലെ

ഏതെങ്കിലും ഒരുജോടി ബിന്ദുക്കളെടുത്ത് ഇങ്ങനെ വരക്കുന്ന ത്രികോണങ്ങളെല്ലാം സദൃശ്യമാണ്.ഇത്തരം ത്രികോണങ്ങൾ തുല്യംതന്നെയാകുന്ന ചിലസന്ദർഭങ്ങൾ.



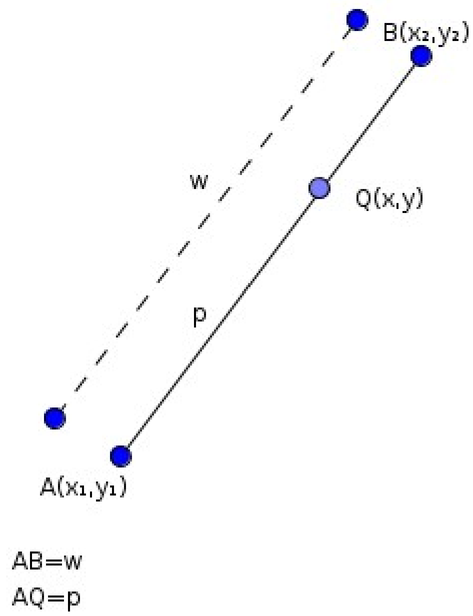
ചിത്രത്തിലെ C യുടെ മൂല കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് ΔAPB,ΔDQC എന്നീ തുല്യത്രികോണങ്ങൾ എടുത്താൽ മതി.

2)ഒരുവരയിലെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലെയും ബിന്ദുക്കൾതന്നാൽ വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുന്ന വിധം.



AB എന്ന വരയുടെ മദ്ധ്യബിന്ദു $(x_1+x_2/2, y_1+y_2/2)$ എന്ന വാക്യമുപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കാവുന്നതാണ്.

3)ഒരുവരയിലെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലെയും ബിന്ദുക്കൾതന്നാൽ വരയെ ഒരു നിശ്ചിതഅംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദു കണ്ടിപിടിക്കുന്ന വിധം



$$x = x_1 + \frac{p}{w}(x_2 - x_1)$$

$$y = y_1 + \frac{p}{w}(y_2 - y_1)$$

4)അക്ഷങ്ങളൊന്നിനും സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏതുവരയിലും y-സൂചകസംഖ്യയിലെ മാറ്റം x- സൂചകസംഖ്യയിലെ മാറ്റത്തെ നിശ്ചിതസംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നതാണ്.

5)അക്ഷങ്ങളൊന്നിനും സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏതുവരയിലും y-സൂചകസംഖ്യയിലെ മാറ്റം x- സൂച കസംഖ്യയിലെ മാറ്റത്തിന് ആനുപാതികമാണ്.

6)$(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ എന്നീബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചുകിട്ടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

7)$(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ എന്നീബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചുകിട്ടുന്നവരയുടെസമവാക്യരൂപീകരണം

8)ഒരു വൃത്തത്തിന്റെകേന്ദ്രം(x_1,y_1)ഉം ആരം r ഉം ആയാൽ സമവാക്യം

$$(x- x_1)^2 + (y- y_1)^2 = r^2$$

9)ഒരു വൃത്തത്തിന്റെകേന്ദ്രം ആധാരബിന്ദുവും ആരം r ഉം ആയാൽ സമവാക്യം

$$x^2 + y^2 = r^2$$

10)ax+by+c=0 എന്ന വരയുടെ ചരിവ് -a/b

UNIT 10
ബഹുപദങ്ങൾ

1)$p(x) = q(x) \times r(x)$ ആയാൽ $p(x)$ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് $q(x), r(x)$ എന്നിവ

2)$p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $(x-a)$ എങ്കിൽ $p(a) = 0$

$p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $(x+a)$ എങ്കിൽ $p(-a) = 0$

$p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $(ax-b)$ എങ്കിൽ $p(b/a) = 0$

$p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $(ax+b)$ എങ്കിൽ $p(-b/a) = 0$

3)$p(x)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതിബഹുപദത്തെ $p(x) = (x-a)(x-b)$ എന്ന് പിരിച്ചെഴുതാൻ കഴിഞ്ഞാൽ a, b എന്നീസംഖ്യകൾ $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പ്രശ്നപരിഹാരങ്ങളാണ്.

4)$p(x)$ എന്നൊരുബഹുപദവും,$(x-a)$ എന്ന ബഹുപദവുമെടുത്താൽ

$$p(x) = (x-a)\,q(x) + b$$

എന്ന സമവാക്യം ശരിയാകുന്ന തരത്തിൽ $q(x)$ എന്ന ബഹുപദവും b എന്ന സംഖ്യയും കണ്ടു പിടിക്കാം

5)$p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x-a)$ എന്ന ബഹുപദംകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം $p(a)$ എന്ന സംഖ്യയാണ്.

UNIT 11
സ്ഥിതിവിവരകണക്ക്

1)ശരാശരി എന്ന ആശയം

2)മാധ്യം എന്ന ശരാശരി. മാധ്യം = $\dfrac{\text{തുക}}{\text{എണ്ണം}}$

3)മാധ്യം എന്ന ശരാശരി ശരിയല്ലാത്ത സന്ദർഭം

4)മധ്യമം എന്ന ശരാശരി.

വിവരങ്ങൾ നിരത്തിയെഴുതിയാൽ അവ ക്രമത്തിലെഴുതി നടുവിലത്തേത് കണ്ടുപിച്ചാൽ മതി.

വിവരങ്ങൾ ആവർത്തിച്ചുവന്നാൽ അവ പട്ടികയായാണ് തരുന്നത്.ഇവിടെയും ക്രമത്തിലെഴുതി നടുവിലത്തേത് കണ്ടുപിച്ചാൽ മതി.

വിവരങ്ങളുടെ എണ്ണം കൂടുതലായാൽ അവ കൈകാര്യംചെയ്യുന്നതിനുള്ള എളുപ്പത്തിന് പല വിഭാഗങ്ങളാക്കി തിരിക്കുന്നു.ഇത്തരത്തിൽ തന്നാൽ

വാക്യമുപയോഗിച്ച് മാധ്യം കണക്കാക്കാം.

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$ അല്ലെങ്കിൽ

$$l + \frac{[n/2 - f]c}{m}$$ ഇവിടെ ഓരോവിഭാഗത്തിന്റെയും നീളം 'c'

എന്നും മധ്യമഅളവ് ഉൾപ്പെടുന്ന വിഭാഗംതുടങ്ങുന്ന സംഖ്യ 'l'എന്നും ആവിഭാഗത്തിലെ ആവൃത്തി 'm'എന്നും ആകെ എണ്ണം 'n' എന്നും മധ്യമം ഉൾപ്പെടുന്ന വിഭാഗംവരെയുള്ള ആകെ ആവൃത്തി 'f' എന്നും ആയിരിക്കും.
